

Seleção de modelos não lineares para estimação da curva de lactação de vacas mestiças pelo método de análise de agrupamento

Laura Ferrari Monteiro Varanis^{1*}, Nátascha Almeida Marques da Silva², Alex de Matos Teixeira²

Resumo

O objetivo do trabalho foi utilizar a análise de agrupamento para classificar modelos não-lineares de curva de lactação e indicar o de melhor ajuste com base nos resultados de diferentes avaliadores de qualidade, considerando dados de lactação de vacas mestiças. Utilizou-se um banco de dados formado por 2405 observações de 114 lactações para o ajuste de sete modelos (Papajcsik; Boderó, Madalena, Brody, Jenkins; & Ferrell, Singh; Gopal, Wood e Dhanoa). Foram estimados os parâmetros dos modelos, e comparando os avaliadores de qualidade, foi confeccionado um conjunto de dados multivariados que foram analisados pelo método de análise de agrupamento. Os dados foram avaliados em relação aos dias em lactação (DEL) e semanas em lactação (SEL) de cada observação, para comparar o ajuste dos modelos quanto ao formato do controle. Os dados em SEL se ajustaram melhor aos modelos propostos. Analisando simultaneamente avaliadores de qualidade ajuste, parâmetros estimados e comportamento da curva, observou-se que o modelo Wood apresentou parâmetros com melhor interpretação biológica ($a=26,416$; $b=0,436$; $c=0,035$), em relação ao modelo Singh & Gopal, gerando uma curva mais próxima da realidade, e avaliadores indicando boa qualidade de ajuste ($R^2=0,51$; $QME=11,91$; $MEP=57,22$; $R^2p=0,93$; $C\%=89,47$). Ao comparar esses modelos, o Singh & Gopal subestima a produção de leite, apresentando parâmetros com interpretação biológica que fogem do observado em prática, enquanto o Wood apresenta melhor valor para pico de lactação, apesar de superestimar a produção. O modelo de Wood foi indicado como o melhor para representar a produção de leite das vacas deste estudo.

Palavras-chave: Produção de leite. Parâmetros biológicos. Conjunto de dados multivariados. Avaliadores de qualidade.

Selection of non-linear models to estimate lactation curve of crossbred cows by cluster analysis method.

Abstract

This study aimed to use the cluster analysis to classify the nonlinear models of lactation curve and indicate which would be the best fit based on results of different quality evaluates, considering 2405 observations from 114 lactation data of crossbred dairy cows. Seven models were adjusted (Papajcsik&Boderó, Madalena, Brody, Jenkins&Ferrell, Singh&Gopal, Wood and Dhanoa). The parameters of the models were estimated, and comparing the results of the quality evaluates it was made a set of multivariate data that were analyzed using the cluster analysis method. The data were evaluated in relation to days of lactation (DEL) and weeks of lactation (SEL) of each observation, to compare the fit

¹Acadêmica do Curso de Ciências Veterinárias, Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, MG.

*Autor para correspondência: laura_ferrari@ymail.com

²Docente da Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, MG.

Recebido para publicação em 17 de outubro de 2016

Aceito para publicação em 24 de novembro de 2016

of models and the control of the format. The data in SEL set better to the proposed models. Analyzing simultaneously the quality evaluates adjustment, estimated parameters and curve behavior, it was observed that the Wood model presented better biological interpretation parameters ($a=26,416$; $b=0,436$; $c=0,035$) in relation to Singh&Gopal model, generating a curve closer to reality and evaluates indicating good quality setting ($R^2=0,51$; $QME=11,91$; $MEP=57,22$; $R^2p=0,93$; $C\%=89,47$). Comparing this models, Singh&Gopal underestimates the milk production, and has parameters with biological interpretation that were beyond the observed in practice, while Wood model presents better value for peak lactation, even though it overestimate the production. The Wood model was indicated as the best to represent the milk production of the cows in this study.

Keywords: Milk production. biological parameters. Set of multivariate data. Quality evaluators.

Introdução

Na pecuária leiteira, a produção de leite tem sua principal origem de rebanhos formados por vacas mestiças, provenientes de cruzamentos de zebuínos com raças taurinas, responsáveis por 70% do leite produzido no Brasil (MIRANDA; FREITAS, 2009; SANTOS, 2011). Desse modo, a produção de leite apresenta grande importância econômica, e um rígido controle de produção é imprescindível para o sucesso, tornando necessária a utilização de técnicas de manejo que auxiliem a avaliação do desempenho dos rebanhos. Uma forma prática e consistente para se realizar esse controle é por meio do estudo de curvas de lactação, que representam a produção de leite de um animal no decorrer do tempo de cada lactação (COBUCCI *et al.*, 2000; SILVA *et al.*, 2005; SCORSATO *et al.*, 2014).

O conhecimento da forma de uma curva de lactação possibilita avaliar um animal antes do término de sua lactação, implicando em economia de tempo e redução de custos, e adequar a alimentação e manejo dos animais, além de auxiliar na tomada de decisão de descarte e seleção, baseando-se no desvio entre a curva padrão e a estimada para cada animal (EL FARO *et al.*, 1999; SILVA *et al.*, 2005).

Normalmente são utilizados modelos matemáticos não lineares para descrever curvas de lactação, (MUÑOZ-BERROCAL *et al.*, 2005), pois apresentam parâmetros que estão relacionados à taxas crescentes e decrescentes da curva, responsáveis pela expressão da influência dos fatores sobre a resposta medida em questão. A partir desses parâmetros, outras características da curva podem ser obtidas, como o pico, tempo de permanência da produção de leite e a persistência da lactação (SILVA *et al.*, 2005; PEREIRA *et al.*; 2016).

Ao ajustar modelos não-lineares à um mesmo conjunto de dados, é necessário utilizar avaliadores de qualidade de ajuste, que permitam compará-los, para então indicar o melhor modelo (SILVA *et al.*, 2010). Quanto maior o número de avaliadores de qualidade considerados, mais adequada será a indicação do melhor modelo.

Estabelecer qual modelo se ajusta melhor aos dados de lactação, considerando simultaneamente todos os avaliadores de qualidade, são utilizados métodos de classificação multivariados, como a análise de agrupamento, que permite classificar modelos cujos resultados dos avaliadores são concordantes, formando grupos homogêneos. (SILVA *et al.*, 2011).

Assim, o objetivo do trabalho foi utilizar a análise de agrupamento para classificar os modelos não-lineares e indicar o de melhor ajuste tendo em vista os resultados de diferentes avaliadores de qualidade, considerando dados de lactação de vacas mestiças.

Material e métodos

O projeto foi desenvolvido no setor de bovinocultura de leite, pertencente à Fazenda Experimental Gloria, situada na cidade de Uberlândia, no estado de Minas Gerais. Foram obtidos dados de pesagem de leite quinzenal de 83 vacas, do período de Dezembro de 2013 à Março de 2015, formando um banco de dados com 2405 observações.

O rebanho da fazenda é composto de vacas mestiças, apresentando animais com variadas composições raciais e grau de sangue. As vacas eram ordenhadas duas vezes ao dia, às 06:00 da manhã e às 15:30 da tarde. Todo o manejo sanitário de pré e pós ordenha era realizado.

Efeitos de época de parição ou ordem de parto não foram avaliados. Os dados da pesagem foram obtidos em dias de lactação, e transformados para semanas em lactação, para poder comparar o ajuste dos modelos quanto ao formato do controle.

Os registros de pesagem de leite foram avaliados para verificar qual dos modelos melhor se ajustou aos dados obtidos. Os dados

foram ajustados por sete modelos não lineares (TABELA 1). A variável Yt representa a produção de leite; a variável t os dias em lactação; a , b e c são parâmetros definidos pelo modelo, onde, de forma generalizada, a refere-se à fase inicial da lactação, b à inclinação da curva que expressa a fase ao redor do pico da lactação e c corresponde à persistência da lactação (HENRIQUES *et al.*, 2011).

Tabela 1 - Principais modelos não lineares usados para ajustar a curva de lactação.

Função	Equação	Sigla
Papajcsik ; Bodero (1988)	$Yt = at \exp^{-ct}$	PB
Madalena (1979)	$Yt = a - c.t$	MAD
Brody (1923)	$Yt = a \exp^{-ct}$	BRO
Jenkins ; Ferrell (1984)	$Yt = at \exp^{-ct}$	JF
Singh ; Gopal (1982)	$Yt = a - bt + c. \ln(t)$	SG
Wood (1967)	$Yt = at^b \exp^{-ct}$	WO
Dhanoa (1981)	$Yt = at^{bc} \exp^{-ct}$	DHA

Fonte: Elaborada pelos autores, 2016.

Para comparar o ajuste dos modelos e definir qual melhor se ajusta aos dados, foram utilizados os seguintes avaliadores de qualidade: coeficiente de determinação (R^2), quadrado médio do erro (QME), percentagem de convergência (C%), critério de Akaike (AIC), critério de informação Bayesiano (BIC), erro quadrático médio de predição (MEP) e coeficiente de determinação de predição (R_p^2).

Após a obtenção dos avaliadores para cada um dos modelos testados, foi feito um conjunto de dados multivariados, no qual os modelos correspondiam às unidades e os avaliadores às variáveis. Foi empregada a análise de agrupamento centróide para identificar modelos cujos avaliadores são semelhantes.

Foi determinado o número ótimo de grupos pelo índice RMSSTD, que mede a homogeneidade dos grupos.

Resultados e discussão

Em relação aos parâmetros estimados para cada modelo (TABELA 2), os modelos WO e DHA foram os que apresentaram valores para o parâmetro a mais próximos aos valores biológicos esperados tanto para DEL quanto SEL, enquanto os modelos PB, JF, BRO e MAD superestimaram esse valor. O modelo SG estimou valores negativos para a , que, segundo Cobuci *et al.* (2000) implicam que a produção inicial de leite estimada seja menor que zero. Guimarães *et al.* (2006) também observaram que o modelo SG subestimou a produção de leite na maior parte da lactação.

Para o parâmetro c , que indica a taxa de declínio ou a persistência de lactação, o ajuste do modelo SG superestimou seus valores em ambos os formatos de dados, enquanto que para os demais modelos ele se manteve homogêneo (TABELA 2).

Tabela 2 – Parâmetros estimados para os modelos ajustados, com os dados em dias de lactação (DEL) e semanas de lactação (SEL).

Modelo	Parâmetros ¹					
	DEL			SEL		
	a	b	c	a	b	c
BRO	39,934	-	0,002	32,263	-	0,012
DHA	12,423	62,484	0,006	16,179	8,476	0,046
JF	0,925	-	0,013	6,610	-	0,090
MAD	23,918	-	0,025	23,896	-	0,167
PB	0,884	-	0,014	6,611	-	0,090
SG	-86,418	0,139	24,772	-38,071	0,970	24,684
WO	18,515	0,370	0,005	26,416	0,436	0,035

¹a, b e c = parâmetros dos modelos.

Fonte: Elaborada pelos autores, 2016.

Em relação aos resultados dos avaliadores de qualidade (TABELAS 3 e 4), os valores encontrados para o coeficiente de determinação foram moderados para os modelos SG, DHA e WO, e baixos para os demais. Tais valores foram obtidos a partir da média do resultado dos ajustes individuais. Guimarães *et al.* (2006) afirmaram que baixos valores para R^2 podem ser explicados pela utilização de dados individuais, já que ao utilizar dados médios de produção a variação dos dados tende a ser eliminada. Esse resultado pode ser atribuído ao fato dos dados das lactações estarem incompletos, pois não foram obtidos desde o início até o final da produção de leite, e ainda, por serem de um rebanho composto por diversas raças, não havendo homogeneidade dos dados quanto à produção de leite, visto que algumas raças têm maior potencial de produção do que outras. Cobuci *et al.* (2000), no estudo de curvas de lactação da raça Guzerá, encontrou altos valores de coeficiente de determinação para todos modelos que foram ajustados no presente trabalho ($> 0,56$), assim como Bonfá (2012), para vacas holandesas ($> 0,83$), e Pereira *et al.* (2016), para vacas mestiças taurino x zebu ($> 0,65$).

Quanto à percentagem de convergência, os valores observados foram altos para

todos os modelos ajustados (TABELAS 3 e 4). Bonfá (2012) também obteve altos valores de convergência ($> 68\%$), mas atribuiu esse resultado ao fato de não ter limitado o número de iterações no programa estatístico, evitando beneficiar modelos mais simples. De acordo com Silva *et al.* (2011), a percentagem de convergência é um critério muito importante em estudos de curvas individuais para fins de melhoramento genético, pois se um modelo apresenta qualidade de ajuste alta, porém C% muito baixo, tem-se um número reduzido de animais.

Verificaram-se altos valores para QME dos modelos JF e PB, moderados para os modelos BRO e MAD, e baixos para WO, DHA e SG. De acordo com Bonfá (2012) e Guimarães *et al.* (2006), altos valores de QME são atribuídos ao fato dos modelos terem sub ou superestimado as produções de leite iniciais e finais. Foram obtidos maiores valores para os critérios AIC e BIC dos modelos PB, JF, DHA, BRO e MAD, e menores valores para os modelos SG e WO. Em seu estudo, Bonfá (2012) observou modelos que, mesmo apresentando bons valores de C% e R^2_p , não demonstraram valores desejáveis nos critérios AIC e BIC. O mesmo pode ser observado nos modelos JF, PB e DHA. Scorsato *et al.* (2014).

Tabela 3 – Valores de avaliadores de qualidade de ajuste dos modelos ajustados, com os dados em dias de lactação (DEL).

Modelo	R ²	QME	AIC	BIC	MEP	R ² _p	C%
BRO	0,37	15,50	114,42	116,19	18,42	0,97	100
DHA	0,53	11,87	119,22	122,26	18,95	0,96	82,46
JF	0,39	25,97	124,73	126,50	30,13	0,95	100
MAD	0,38	15,07	113,74	115,52	17,46	0,97	100
PB	0,38	29,38	135,21	137,19	35,21	0,95	84,21
SG	0,54	11,24	80,67	80,44	21,77	0,97	100
WO	0,52	11,95	87,87	87,89	22,06	0,96	87,72

Fonte: Elaborada pelos autores, 2016.

Tabela 4 – Valores de avaliadores de qualidade de ajuste dos modelos ajustados, com os dados em semanas de lactação (SEL).

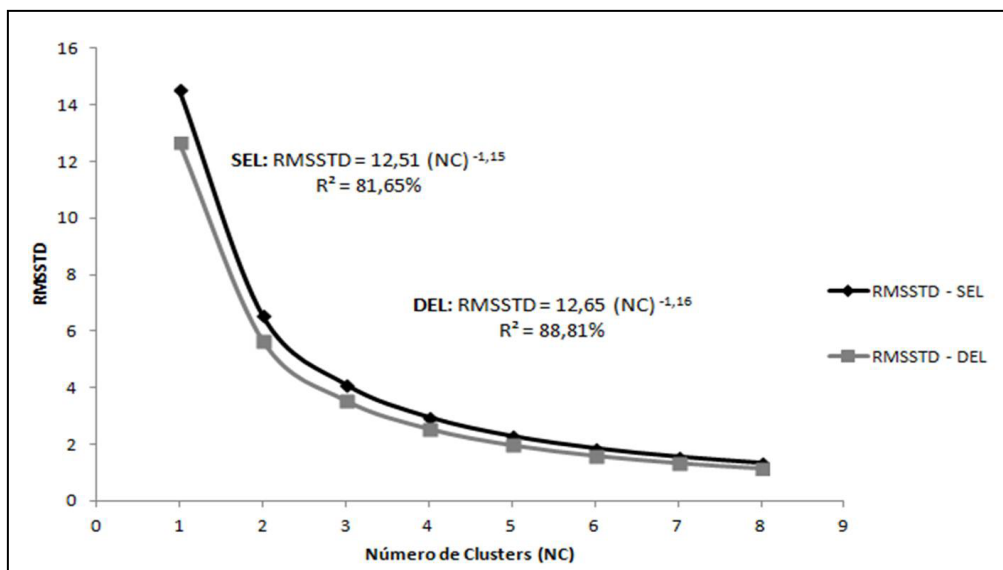
Modelo	R ²	QME	AIC	BIC	MEP	R ² _p	C%
BRO	0,37	15,55	115,17	116,96	18,45	0,97	99,12
DHA	0,53	11,00	118,19	121,19	60,28	0,93	70,18
JF	0,39	26,16	124,77	126,54	30,54	0,96	100
MAD	0,38	15,04	113,75	115,52	17,29	0,97	100
PB	0,39	26,16	124,77	126,54	30,57	0,96	100
SG	0,53	11,13	80,55	80,32	22,65	0,96	100
WO	0,51	11,91	86,02	85,98	57,22	0,93	89,47

Fonte: Elaborada pelos autores, 2016.

Os resultados apresentados nas tabelas 2 e 3 de avaliadores da qualidade de ajuste foram utilizados como conjunto de dados multivariados para a realização da análise de agrupamento. Após obterem-se os valores do índice RMSSTD em relação ao número de grupos, foi selecionado o número ideal de clusters. Observa-se pelo gráfico 1 que o valor de R² foi acima de 80%, indicando bom ajuste. Por inspeção visual, pode-se notar que a estabilização do gráfico começa a partir de 6 em DEL, e de 5 em SEL, sendo esses o número ideal de clusters para cada formato de dados.

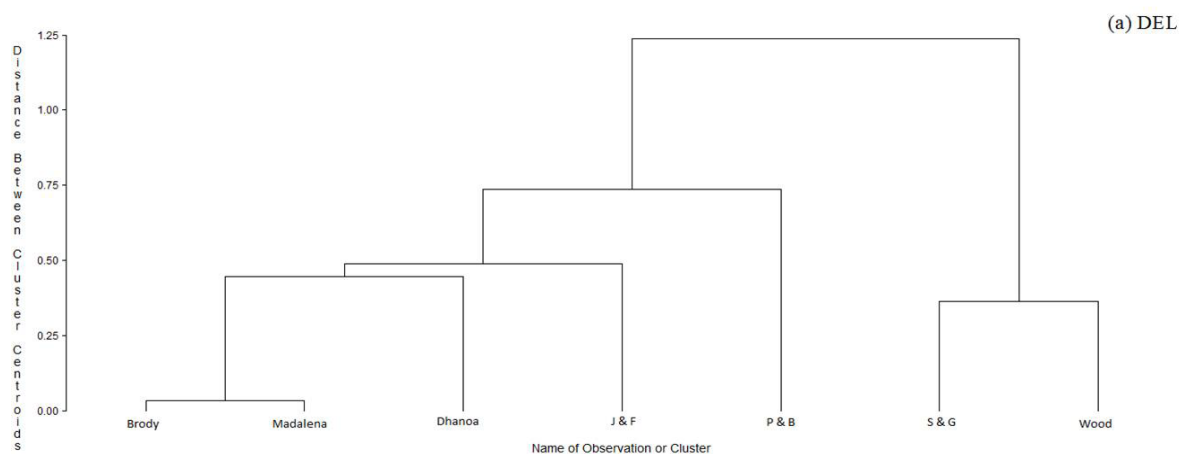
Os grupos formados podem ser visualizados nos dendrogramas da Figura 1, e seus resultados apresentados nas tabelas 5 e 6. É possível perceber que, para os dados em DEL, o melhor cluster foi de número 2, seguido do cluster 3 e para os dados em SEL, o melhor cluster foi o número 3, seguido do cluster 4, sendo esses representados pelos mesmos modelos. Os melhores clusters foram os que apresentaram melhores valores para o conjunto de avaliadores de qualidade de ajuste considerados simultaneamente. O mesmo foi observado por Silva *et al.* (2011), onde o melhor cluster foi o que apresentou de forma geral bons valores para todos os avaliadores considerados simultaneamente.

Gráfico 1 – Ajuste exponencial dos valores dos desvios-padrão da raiz do quadrado médio – RMSSTD em função do número de clusters para os dados em DEL e SEL



Fonte: Elaborada pelos autores, 2016.

Figura 1 – Representação por diagrama bi-dimensional (dendrograma) dos modelos presentes em cada cluster, para os dados em DEL (a) e SEL (b).



Fonte: Elaborada pelos autores, 2016.

Os modelos pertencentes aos melhores clusters foram o SG e WO, respectivamente, para ambos dados em DEL e SEL. O modelo de

SG apresentou baixos valores para os critérios AIC e BIC, MEP e QME, e altos valores para R^2 , R^2_p e C% (TABELAS 5 e 6).

Tabela 5 – Avaliadores de qualidade de ajuste dos clusters, para os dados em dias em lactação (DEL).

Avaliadores	Clusters					
	Cluster 1 (BRO e MAD)	Cluster 2 (SG)	Cluster 3 (WO)	Cluster 4 (DHA)	Cluster 5 (JF)	Cluster 6 (PB)
R ²	0,3755	0,544	0,525	0,532	0,388	0,375
QME	15,2855	11,24	11,954	11,871	25,973	29,381
AIC	114,0805	80,668	87,868	119,217	124,728	135,209
BIC	115,8525	80,44	87,888	122,262	126,5	137,185
MEP	17,9365	21,766	22,061	18,949	30,128	35,206
R ² p	0,9695	0,965	0,963	0,965	0,955	0,95
C%	100	100	87,719	82,456	100	84,211

Fonte: Elaborada pelos autores, 2016.

Tabela 6 – Avaliadores de qualidade de ajuste dos clusters, para os dados em semanas em lactação (SEL).

Avaliadores	Clusters				
	Cluster 1 (JF e PB)	Cluster 2 (BRO e MAD)	Cluster 3 (SG)	Cluster 4 (WO)	Cluster 5 (DHA)
R ²	0,388	0,375	0,531	0,507	0,534
QME	26,164	15,2965	11,129	11,906	10,998
AIC	124,77	114,4615	80,552	86,02	118,186
BIC	126,543	116,243	80,324	85,978	121,186
MEP	30,552	17,873	22,654	57,225	60,28
R ² p	0,956	0,969	0,964	0,927	0,93
C%	100	99,5615	100	89,474	70,175

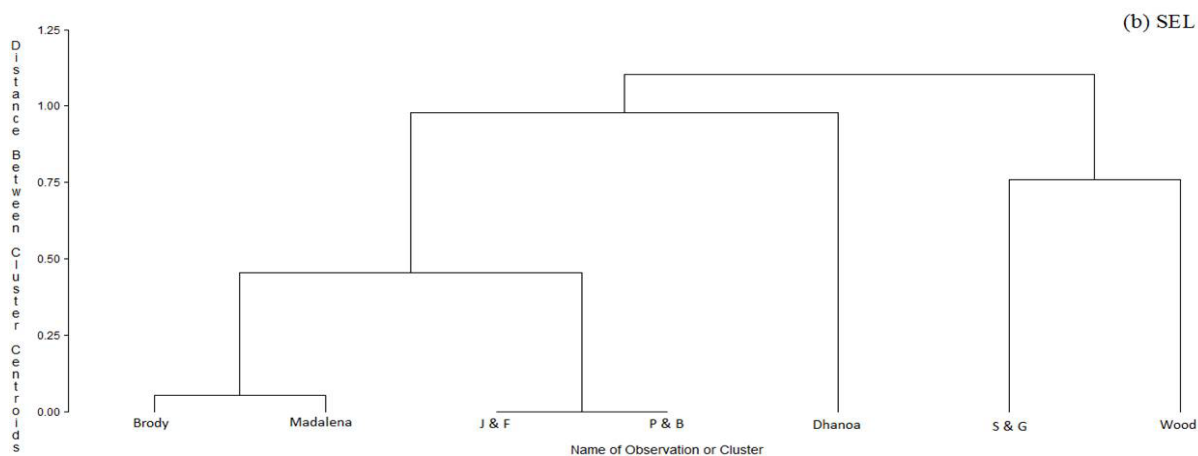
Fonte: Elaborada pelos autores, 2016.

Ao comparar o comportamento da curva de lactação estimada dos modelos SG e WO, observou-se que o modelo SG, apesar de ter apresentado melhores valores para os avaliadores de qualidade, subestimou a produção inicial de leite, e superestimou a produção final, enquanto o modelo WO apesar de ter superestimado um pouco a produção inicial nos dados em DEL, apresenta uma curva de lactação típica (GRÁFICOS 2 e 3). Isso ocorre, pois, conforme Guimarães *et al.* (2006), o modelo SG não pode

ser definido no tempo zero pela característica logarítmica da função. Pode-se considerar, ainda, que os modelos se ajustaram melhor aos dados em SEL, pois o formato da curva e os valores de avaliadores de qualidade e parâmetros foram melhores, com valores mais próximos aos observados na prática.

A figura 2 representa diagrama bi-dimensional dos modelos presentes em cada cluster, para os dados em semanas em lactação

Figura 2 – Representação por diagrama bi-dimensional (dendrograma) dos modelos presentes em cada cluster, para os dados em semanas em lactação.



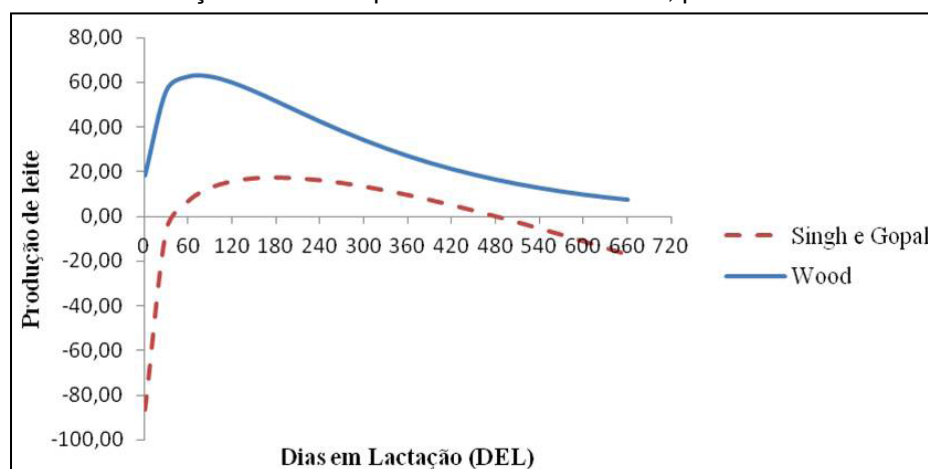
Fonte: Elaborada pelos autores, 2016.

Sendo assim, ao analisar simultaneamente os avaliadores de qualidade de ajuste, os parâmetros estimados e o comportamento da curva, observou-se que o modelo WO apresentou parâmetros com melhor interpretação biológica, em relação ao modelo SG, gerando uma curva mais próxima da realidade e avaliadores indicando boa qualidade de ajuste. Bonfá (2012) concluiu em seu trabalho que os modelos WO e SG foram os que apresentaram melhores ajustes, predizendo satisfatoriamente as curvas de lactação do rebanho de vacas holandesas. Já Glória *et al.* (2010) concluíram que o modelo WO se ajusta adequadamente à dados de lactação de vacas mestiças Holandês-azebuadas, apresentando curvas típicas. Scorsato *et al.* (2014) também corroboram com esses resultados, já

que em seu trabalho observaram que o modelo WO foi o que melhor se ajustou aos dados de lactação de vacas holandesas e mestiças. De acordo com Bonfá (2012), como o modelo WO foi o primeiro modelo empírico a apresentar resultados adequados na estimação de curvas de lactação, ele tem sido amplamente utilizado em vários estudos, como de avaliação de novos modelos, estimação de parâmetros genéticos e de produção de leite.

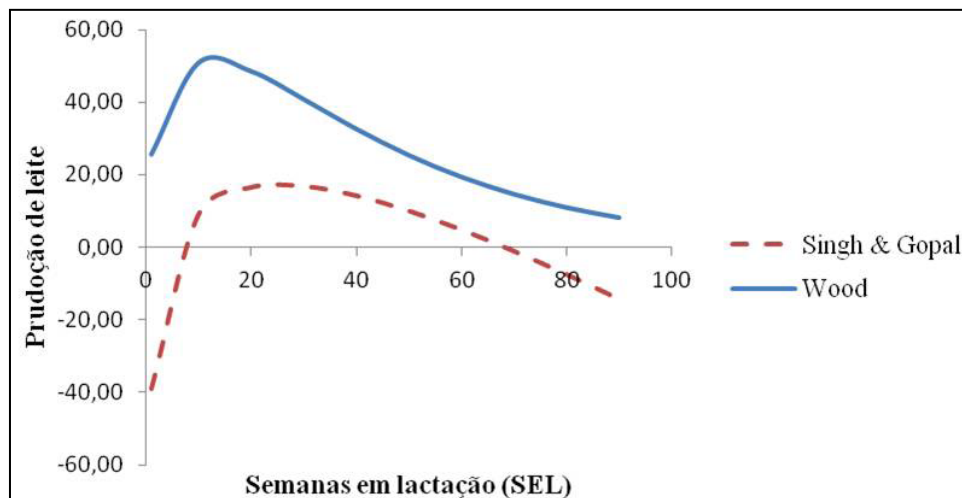
Para El Faro *et al.* (1999), o modelo WO apresentou melhores definições para parâmetros e suas funções, entretanto, esse modelo não descreveu a persistência da lactação, no ajuste à curva de lactação média de um rebanho da raça Caracu. Scorsato *et al.* (2014)

Gráfico 2 – Curvas de lactação estimadas pelos modelos SG e WO, para os dados de DEL.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2016.

Gráfico 3 – Curvas de lactação estimadas pelos modelos SG e WO, para os dados de SEL.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2016.

Para o modelo SG, de acordo com Guimarães *et al.* (2006), define-se o pico de produção predito por c/b dias após o parto, seguido por um lento e contínuo declínio. Já de acordo com Glória *et al.* (2010), para o modelo WO define-se pico de lactação como: $y = a(b/c)^b \exp^{-b}$ e o tempo para ao pico como: $t = b/c$. A persistência é definida como o período no qual o pico de lactação é mantido, e quanto maior o seu valor, mais persistente é a lactação. (Glória *et al.*; 2010). Contudo, esse parâmetro não apresenta unidade, dificultando sua interpretação biológica.

Os cálculos foram feitos com os parâmetros estimados para SEL, devido ao melhor ajuste em comparação aos dados em DEL. Para o modelo WO, obteve-se pico em 29,07 semanas e tempo para o pico de 12,46 semanas. Para o modelo SG, o pico de produção foi de 25,45 semanas após o parto. Scorsato *et al.*

(2014) estimaram, para o modelo WO, o tempo para o pico de 16,78 semanas.

Ao avaliar esses resultados, com base no que é observado na prática, o modelo SG subestima o pico de produção de leite em comparação ao modelo de WO, além de apresentar parâmetros com interpretação biológica que fogem do observado, portanto o modelo WO apresenta melhor valores para o pico de lactação e para os parâmetros do modelo.

Conclusão

A metodologia de agrupamento realizada mostrou-se adequada para a classificação dos modelos propostos, possibilitando escolher os melhores modelos que descrevem a curva de lactação do rebanho de vacas mestiças. O modelo de Wood foi indicado como o melhor para representar a produção de leite das vacas deste estudo, seguido do modelo Singh; Gopal.

Referências

BONFA, H. C. **Modelos de curva de lactação e intervalos de controle de vacas Holandesas**. Tese (doutorado) – Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Veterinária. 47p. Belo Horizonte, 2012.

BRODY, S.A.; RAGSDALE, A.C.; TURNER, C.W. The rate of decline of milk secretion with the advance of the period of lactation. **Journal of General Physiology**, v. 5, p. 441-444, 1923.

COBUCI, J. A. *et al.* Curva de lactação na raça guzerá. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 29, n. 5, p. 1332-1339, 2000.

DHANOVA, M. S. A note on an alternative form of the lactation model of wood. **Animal Production**, v. 32, p. 342, 1981.

EL FARO, L.; ALBUQUERQUE, L. G.; FRIES, L. A. Comparação de alguns modelos matemáticos para ajuste à curva de lactação média de um rebanho da raça Caracu. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 28, n. 5, p. 987-992, 1999.

GLÓRIA, J. R. *et al.* Curvas de lactação de quatro grupos genéticos de mestiças Holandês-Zebu. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 39, n.10, p. 2160-2165, 2010.

- GUIMARÃES, V. P. *et al.* Utilização de funções matemáticas no estudo da curva de lactação em caprinos. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 35, n. 2, p. 535-543, 2006.
- HENRIQUES, L. T. *et al.* Avaliação de modelos não-lineares e da relação do consumo voluntário de vacas primíparas e de bezerras com a curva de lactação de vacas Nelore. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 40, n. 6, p. 1287-1295, 2011.
- JENKINS, T.G.; FERRELL, C. L. A note on lactation curves of crossbred cows. **Animal Production**, v. 39, p. 479-482, 1984.
- MADALENA, F. E., MARTINEZ, M. L., FREITAS, A. F. Lactation curves of Holstein-Friesian and Holstein-Friesian x Gir cows. **Animal Production**. v. 29, p. 101-107, 1979.
- MIRANDA, J. E. C. ; FREITAS, A. F. Raças e tipos de cruzamentos para produção de leite. **Embrapa Gado de Leite, Circular técnica 98**, 12 p. Juiz de Fora. 2009.
- MUÑOZ-BERROCAL, M. *et al.* Uso de modelos lineares e não lineares para o estudo da curva de lactação em búfalos Murrah e seus mestiços em sistema de criação semi extensivo, no estado de São Paulo. **Archivos Latinoamericanos de Producción Animal**, v. 13, n. 1, p. 19-23, 2005.
- PEREIRA, M. A. *et al.* Curvas de lactação de fêmeas mestiças taurino x zebu. **Boletim de Indústria Animal**, Nova Odessa, v. 73, n. 2, p. 118-126, 2016.
- PAPAJCSIK, I. A.; BODERO, J. Modeling lactation curves of Friesian cow in a subtropical climate. **Animal Production**. v.47, n. 2, p.201-207, 1988.
- SANTOS, S. A. **Curvas de lactação e consumo de vacas F1 Holandês x Zebu em pastejo e em confinamento**. 192p. Tese (doutorado) Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, MG, 2011.
- SCORSATO, A. P.; MENARIN, V.; GIOLO, S. R. Lactation curves of dutch and crossbreed bovines from Castro, Paraná. **Revista Brasileira de Biometria**, São Paulo, v. 32, n. 2, p. 216-225, 2014.
- SILVA, F. F. *et al.* Abordagem bayesiana da curva de lactação de cabras Saanen de primeira e segunda ordem de parto. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 40, n. 1, p. 27-33, jan. 2005.
- SILVA, N. A. M. *et al.* Modelo Hierárquico Bayesiano aplicado na avaliação genética de curvas de crescimento de bovinos de corte. **Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia**, v. 62, n. 2, p. 647-654, 2010.
- SILVA, N. A. M. *et al.* Seleção e classificação multivariada de modelos de crescimento não lineares para bovinos Nelore. **Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia**, v. 63, n. 2, p. 364-371, 2011.
- SINGH, R. P.; GOPAL, R. Lactation curves analysis of buffaloes maintained under village conditions. **Indian Journal of Animal Science**, v. 52, n. 12, p. 1157-1160, 1982.
- WOOD, P. D. P. Algebraic model of the lactation curve in cattle. **Nature**, n. 216, p. 164-165, 1967.