

## RESUMO

Este texto enfatiza as contribuições da psicologia ao esforço interdisciplinar requerido pela pesquisa em Educação Matemática, as quais fizeram emergir o ramo da psicologia da educação matemática. Chamando a atenção para a construção do lugar desse ramo a partir da consideração da natureza específica dos conceitos matemáticos e da relevância da afetividade na explicação das competências matemáticas, dentro e fora do ambiente escolar, o artigo sintetiza criticamente as principais teorias psicológicas que se referem à aprendizagem e ao desenvolvimento. Especificamente em relação à educação matemática, a teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud é apresentada e destacada como uma importante contribuição da psicologia.

## ABSTRACT

This text emphasizes the contributions of Psychology in the Mathematical Education and calls the attention to the specificity of the mathematical concepts as well as the importance of affection in the mathematical explanation inside and outside the classroom. It also discusses the main psychological theories about Mathematical Education like, for example, Gérard Vergnaud's theory of the conceptual fields.

---

\* Doutor em Psicologia da Aprendizagem pela Université de Paris-5 / Sorbonne, membro do comitê internacional do grupo PME (Psychology of Mathematics Education), pesquisador-bolsista do CNPq e professor adjunto-1 da Universidade Federal de Pernambuco, Departamento de Psicologia (Graduação e Pós-graduação) e Pós-graduação em Educação.

## 1. CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

A psicologia vem buscando dar uma contribuição específica ao debate referente à educação matemática, notadamente no que diz respeito a questões relacionadas ao desenvolvimento e aprendizagem, e mais especificamente, questões relacionadas à conceptualização. Não obstante tal interesse e esforço, há uma importante agenda de objetivos a atingir, em termos da efetivação da contribuição acima referida, e o cenário atual parece-nos preocupante: por ocasião do 25º aniversário do grupo internacional de pesquisa PME (Psychology of Mathematics Education), discuti, em palestra plenária, o processo de esmaecimento do “P” (referente ao pólo psicológico do tripé fundador do PME) nos últimos anos, em termos de contribuição e participação específica da psicologia na comunidade interdisciplinar de teorização e pesquisa em educação matemática (Da Rocha Falcão, 2001a). Tal opinião é compartilhada por outros membros não-psicólogos do referido grupo de pesquisa, como é o caso de Alan Bell (Bell, 2001). Em contrapartida, uma reflexão acerca da dinâmica histórica dos últimos vinte e cinco anos, em termos da comunidade de educação matemática, evidencia alguns fatos importantes: em

primeiro lugar, há que se mencionar o surgimento, em 1976, do grupo internacional *Psychology of Mathematics Education*, por ocasião do III International Congress on Mathematics Education (ICME), realizado na cidade alemã de Karlsruhe (para dados históricos mais completos, ver a página do PME em <http://igpme.tripod.com>). Tal grupo nasce como uma espécie de “dissenção” no interior do grupo internacional de maior relevo em educação matemática até então (o ICME), representando o desejo de parcela importante da comunidade de pesquisadores no sentido de “promover e estimular a pesquisa interdisciplinar em educação matemática, com a cooperação de psicólogos, matemáticos e educadores matemáticos”<sup>1</sup>. Dois outros marcos históricos, agora diretamente conectados ao Brasil, foram a realização, pela primeira vez no Brasil, da 19ª Reunião Anual do grupo PME, tendo como anfitrião o programa de pós-graduação em psicologia da Universidade Federal de Pernambuco, em Recife, e a fundação, em 1996, do grupo de trabalho “Psicologia da Educação Matemática” no âmbito da Associação de Pesquisa e Pós-Graduação em Psicologia (ANPPEP).

No Brasil, a contribuição da psicologia à reflexão em educação matemática é

<sup>1</sup> Seção “History and aims of PME”, <http://igpme.tripod.com>.

ainda incipiente, haja vista a quantidade restrita de grupos de pesquisa específicos com participação efetiva de psicólogos, bem como a recente organização de grupo de trabalho voltado especificamente para este campo interdisciplinar, no âmbito da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Psicologia (ANPPEP). Nesse contexto, parece haver um importante esforço teórico e de pesquisa a fazer, de forma a oferecer subsídios para o adensamento da contribuição efetivamente psicológica ao debate acerca da educação matemática no Brasil e no contexto internacional. O presente artigo tenta agregar esforço nessa direção.

## 2. SUBSÍDIOS CRÍTICOS PARA UMA PSICOLOGIA DA CONCEPTUALIZAÇÃO E DA APRENDIZAGEM RELEVANTE PARA O DEBATE E A PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Um dos ramos mais recentes da psicologia é sem dúvida a *psicologia da educação matemática*. A demarcação desse ramo recente em relação aos ramos anteriores e mais tradicionais das psicologias da aprendizagem, do desenvolvimento e da educação tem como aspecto central certa insatisfação em termos dos processos de conceptualização na área específica da matemática e das ciências. A abordagem

tradicional acerca dos conceitos, que remonta a Aristóteles (cf. Cassirer, 1977) parte de uma perspectiva taxonômica e categorial, que situa o conceito como construção de uma generalidade a partir de casos específicos, empiricamente localizáveis.

Conforme ilustrado na figura 1 (abaixo), o paradigma por muito tempo hegemônico em termos do estudo da conceptualização em psicologia foi aquele baseado numa atividade cognitiva em

Estímulo apresentado ao sujeito	Previsão do sujeito	Retorno dado pelo experimentador acerca da adequação da previsão do sujeito

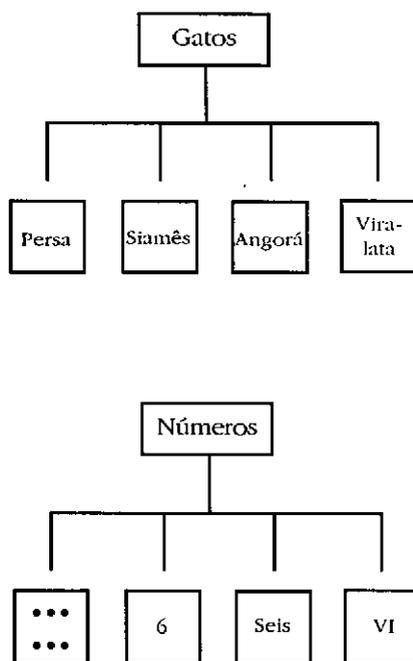
	_____	SIM
	_____	NÃO
	_____	NÃO
	_____	NÃO
	_____	SIM

Fig. 1: tarefa experimental artificial para geração de conceitos abstratos (reproduzida e comentada em Da Rocha Falcão, 2002)

três tempos: a) varredura perceptual de índices informativos (ex.: experiência empírica com determinados animais de estimação — os gatos); b) extração de aspectos comuns ou relevantes (em meio a diversidade de gatos, o que haveria de comum a todos os exemplares catalogados experiencialmente); c) inferência da regra conceitual (construção mental acerca do que seria *um* gato). A tradução dos desdobramentos de tal paradigma teórico de construção conceitual, em termos de esforço de pesquisa, é ilustrada pela figura 1 (página anterior).

No caso do exemplo ilustrado na figura 1 na página anterior, a regra conceitual seria: *o dado fundamental é a cor da figura, que deve ser cinza-escuro.*

Um problema grave dessa perspectiva psicológica clássica para a conceptualização é que, diferentemente dos chamados conceitos substanciais<sup>2</sup>, os conceitos matemáticos e científicos não dispõem de contrapartidas empíricas, e portanto não podem ser abordados a partir de tal perspectiva, conforme sugerido pela figura 2 (ao lado):



**Figura 2:** conceptualização taxonômica (substancial) e conceptualização em matemática (cf. Cassirer, op. cit.; reproduzido com modificações de Da Rocha Falcão, op. cit.)

<sup>2</sup> *Conceitos substanciais* são aqueles para os quais é sempre possível mobilizar, no mundo empírico, um exemplo ou "protótipo" (Rosch, 1973) real e ilustrativo. O conceito de "gato", por exemplo, é um conceito substancial, pois é possível mobilizar um exemplar de gato como elemento ilustrativo da classe *gatos* (cf. discussão aprofundada em da Rocha Falcão, 1999; 1996).

O conceito de *número*, em matemática, é um “exemplo exemplar” desse aspecto: ao contrário do que a figura 2 acima poderia sugerir, números são construções mentais sem contrapartida no mundo empírico; nesse sentido, diferentemente dos conceitos taxonômico-substanciais, os conceitos matemáticos não dispõem de “protótipos” ou elementos “exemplares” disponíveis no mundo empírico. Por outro lado, a proposição de princípios gerais para a aprendizagem (em alguns casos compartilháveis inclusive com outras espécies animais não-humanas) não contempla uma série de dificuldades e obstáculos (no sentido atribuído ao termo por Gaston Bachelard, notadamente em Bachelard, 1974) encontráveis nas salas de aula de matemática e ciências.

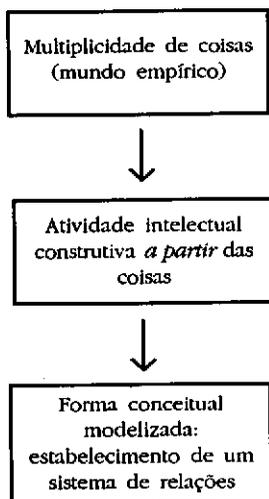
A conjunção de tais aspectos, entre outros, abre espaço teórico para o surgimento da *psicologia da educação matemática*, que tem como finalidade básica incrementar as contribuições à pesquisa e à prática didático-pedagógica no campo da educação matemática. Nesse contexto de idéias, a psicologia da educação matemática, doravante referida pela sigla PEM, oferece novas abordagens para a conceptualização, para a aprendizagem voltada para conteúdos específicos (ou seja, matemáticos), bem como para a consideração de aspectos

psicológicos no contexto de ensino e aprendizagem de conceitos em tal domínio. A consideração de tais aspectos assegura à psicologia da educação matemática uma contribuição que guarda um vínculo com seu objeto de interesse (a matemática), sendo, ao mesmo tempo, de caráter eminentemente psicológico.

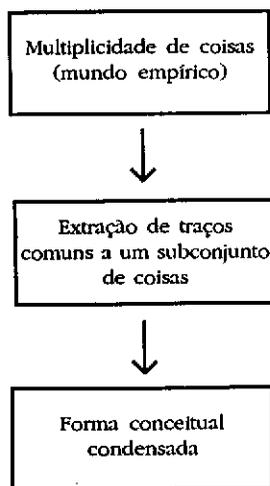
### 3. CONCEPTUALIZAÇÃO EM MATEMÁTICA

Em termos de uma reformulação da perspectiva psicológica de abordagem do processo de conceptualização matemática, determinada corrente teórica em PEM propõe a ultrapassagem do modelo aristotélico tradicional dos conceitos substanciais (conforme ilustrado pelo esquema 1 na página seguinte) e a adoção de uma perspectiva centrada em conceitos modelares ou relacionais (esquema 2).

A perspectiva funcional parte do pressuposto de que o aspecto mais importante a considerar no desenvolvimento conceitual não é o mapeamento de traços comuns, mas o estabelecimento de relações e modelos explicativos com determinado valor interpretativo em relação a dados ou fenômenos empíricos. Nesse sentido, e à guisa de exemplo, o *número*, como conceito matemático, será uma construção modelar destinada a lidar com aspectos relacionados às quantidades



**Esquema 1:** A constituição do conceito segundo a perspectiva taxonômica.



**Esquema 2:** A constituição do conceito segundo a abordagem funcional.

no mundo empírico, compreendendo-as. Note-se, contudo, que o número não emerge do real como uma essência inerente a este último! A gênese psicológica do número, conforme a discussão inicial de Jean Piaget e colaboradores (Piaget e Szeminska, 1941), decorrerá de uma lenta construção para a qual vários aspectos e obstáculos de complexidade crescente deverão ser considerados (Fuson, 1991). Por outro lado, cabe ressaltar que, como modelos, os conceitos são necessariamente ferramentas *simbólicas*, mas algumas ressalvas devem ser feitas a esse respeito, de forma a se evitar certo radicalismo pró-linguagem, corrente nos tempos atuais (ver, a esse respeito, Da Rocha Falcão, 2001b; Lins Lessa e Da Rocha Falcão, 2002): a) as competências matemáticas (assim como tantas outras competências sociais complexas) têm no suporte simbólico um aspecto extremamente importante, mas competências matemáticas abarcam também as chamadas competências-em-ação (Vergnaud, 1981; 1997); b) tanto as competências-em-ação quanto os conceitos explícitos são dependentes de seus contextos sociais de uso; o desenvolvimento conceitual em matemática é uma atividade culturalmente condicionada; c) a conceptualização não pode ser vista como um processo puramente racional: trata-se

igualmente de um processo influenciado pela corporeidade e pela afetividade. Em suma, o “lugar” de contribuição da psicologia da educação matemática, no contexto da pesquisa em educação matemática, se constrói a partir da consideração de dois grandes eixos de abordagem:

- Natureza psicológica dos conceitos matemáticos: a consideração de que tais conceitos não são apenas cópias do mundo empírico, e nem ferramentas explicáveis apenas em termos de aspectos lógicos ou simbólicos.

- Lugar da afetividade (motivação, emoção, atitudes, auto-conceito e auto-estima, afetividade) na explicação das competências matemáticas, dentro e fora da escola.

#### 4. A ATIVIDADE MATEMÁTICA COMO FOCO DE ANÁLISE DA PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Nesse ponto de nossa reflexão, propomos portanto que é possível e desejável uma contribuição da psicologia ao esforço interdisciplinar da pesquisa em educação matemática, estando portanto justificada a emergência da psicologia da educação matemática. Na seqüência desse raciocínio, propomos a *atividade matemática* como foco de análise válida para a efetivação da supra aludida contribuição psicológica.

Quando falamos aqui em *atividade matemática*, propomos um contexto complexo de atividades que abarca não somente o contexto escolar, mas igualmente o contexto da “matemática-da-rua”, ou matemática do dia-a-dia, e a chamada “matemática dos matemáticos” (para uma discussão aprofundada acerca desses três contextos, ver Carraher, Carraher e Schliemann, 1982; 1987). Essa tripolaridade, abarcada pelo termo genérico *atividade matemática*, é ilustrada pelo esquema 3 (página seguinte).

Conforme sugerido por tal ilustração, a matemática da escola diz respeito àquelas atividades que se passam em um contexto bastante específico, a sala de aula de matemática na escola (Meira e Da Rocha Falcão, 1994). Nesse contexto, as interações são regidas por normas e expectativas (explícitas ou implícitas) que configuram o que G. Brousseau denominou inicialmente “contrato didático” (Brousseau, 1987; 1998).

A matemática extra-escolar diz respeito àquelas atividades desenvolvidas em contexto cotidiano (comercial, técnico-profissional, doméstico, etc.), tendo igualmente características próprias, conforme ressaltam alguns autores, como G. Saxe (Saxe, 1991) e J. Lave (Lave, 1988). Finalmente, há que considerar a matemática enquanto atividade dos chamados matemáticos profissionais, ou

Atividade matemática		
Matemática escolar	Matemática extra-escolar	Matemática dos matemáticos
Conjunto de iniciativas estruturadas voltadas para a negociação, em contexto cultural específico ( <i>sala de aula</i> ), de atividades voltadas para o desenvolvimento conceitual em matemática.	Conjunto de atividades envolvendo conhecimentos matemáticos no contexto de situações extra-escolares culturalmente significativas (comércio, práticas profissionais).	Corpo de conhecimentos socialmente compartilhado, epistemologicamente delimitado e praticado por grupos profissionais-institucionais específicos: os centros de produção de conhecimento matemático acadêmico.

**Esquema 3:** A *atividade matemática* como objeto tripartido e foco de análise da psicologia da educação matemática.

pesquisadores matemáticos. Convém desde logo ressaltar que a menção a tal contexto de atividade matemática não confere ao mesmo o caráter de “matemática superior” ou “verdadeira matemática”, conforme bem argumenta U. D’Ambrosio (D’Ambrosio, 1986; 1993).

Por outro lado, haja vista que os conteúdos ministrados em sala de aula vêm efetivamente de um contexto de produção de saber, sofrendo transformações e “adaptações” para uso em sala de aula, num fenômeno descrito

por Y. Chevallard como *transposição didática* (Chevallard, 1985), não poderíamos deixar de mencionar aqui esse contexto. Trata-se de um contexto humano como outro qualquer, mas, da mesma forma que os contextos anteriores têm suas especificidades, aqui também é possível falar de características distintivas próprias<sup>3</sup>.

<sup>3</sup> Para uma discussão aprofundada do contexto de produção do saber científico em geral, ver B. Latour, em Latour, 2000).

Feitas as presentes considerações acerca da atividade matemática, cabe agora adensar determinados aspectos teóricos referentes a dois processos psicológicos fundamentais para as contribuições da psicologia da educação matemática: são eles a *aprendizagem* e o *desenvolvimento*.

##### 5. ABORDAGEM TEÓRICA DA APRENDIZAGEM E DO DESENVOLVIMENTO E SUA IMPORTÂNCIA PARA A PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

As questões referentes à aprendizagem têm-se constituído como tópico de interesse histórico da psicologia desde o surgimento formal dessa disciplina, no século XIX. Naquela época, discutiam-se, com E. Thorndike, questões referentes a *princípios gerais de aprendizagem*, e tais princípios se propunham de fato a ser tão gerais que não só aplicar-se-iam a vários conteúdos, mas também a sujeitos humanos e não-humanos: ficaram clássicas as pesquisas desse autor com pombos, gatos e galinhas (Thorndike, 1932). Mais adiante, surgem as contribuições de I. P. Pavlov, referentes ao princípio do condicionamento clássico como aspecto explicativo central dos processos de aprendizagem (cf. Watson, 1913). Esse autor descobriu, por acidente,

que um estímulo poderia passar a desencadear uma resposta que anteriormente não era capaz de desencadear (uma sineta que provocava salivação em um cachorro em observação no laboratório de Pavlov), desde que tal estímulo seja associado a outro, como um pedaço de carne fresca, que naturalmente desencadeava tal resposta. Pavlov abria com isso toda uma época histórica em que a psicologia passou a considerar o processo de aprendizagem como algo essencialmente exógeno, decorrente da acumulação de condicionamentos, sendo o objeto de estudo por excelência de tal psicologia os comportamentos do aprendiz, comportamentos estes indicadores (ou não) de tal processo de aprendizagem. Referimo-nos, aqui, à perspectiva “comportamentalista” ou (“behaviorista”) de aprendizagem. Para essa perspectiva, *aprendizagem* e *desenvolvimento* perdem sua especificidade e sua razão de ser enquanto problemática válida da psicologia, sendo ambos amalgamados e assimilados à idéia de mudança comportamental modelada.

Apesar da força com que tal perspectiva se estabeleceu na psicologia na primeira metade do século 20, ela foi confrontada a críticas profundas da parte de outro grupo de teorias, ao qual atribuímos aqui o rótulo genérico de

*construtivismo*. Tal perspectiva parte do pressuposto epistemológico segundo o qual não se pode arbitrariamente relegar o indivíduo cognoscente que recebe estímulos e reage a eles a uma mera "caixa negra". Nesse sentido, o filósofo E. Kant fornece as bases filosófico-epistemológicas para a crítica dos construtivistas ao caráter fortemente empiricista da visão behaviorista da aprendizagem, quando chama a atenção para o fato de que "certos conhecimentos escapam do conjunto de experiências possíveis, e, graças aos conceitos, para os quais a experiência concreta não pode fornecer objeto correspondente algum, parecem estender o conhecimento para além dos limites da experiência" (Kant, 1984, p.35).

Para tal perspectiva, não é absolutamente possível abordar a cognição humana sem fazer apelo a construtos teóricos tais como *conceitos, esquemas, operações e cálculos*<sup>4</sup>, inferidos a partir da ação do sujeito sobre o real circunjacente; tal ação, por sua vez, enquanto ação de um organismo complexo e estruturado, não se restringe jamais a uma resposta completamente explicada pelo estímulo, mas traduz antes uma *assimilação* (Piaget, 1970) desse estímulo ao próprio organismo, cuja resposta assume o caráter mais complexo de resposta *do organismo* ao estímulo (ao invés de resposta ao estímulo).

A face mais conhecida da perspectiva construtivista é, sem dúvida nenhuma, representada pelo cognitivismo estruturalista piagetiano. Não obstante tal fato, é preciso fazer justiça à Psicologia da Gestalt como um precursor historicamente importante de tal perspectiva: a distinção estabelecida por Max Wertheimer entre pensamento *reprodutivo* e *produtivo* marca uma primeira crítica teórica importante ao elementismo reprodutivista do behaviorismo à época vigente: para Wertheimer, o pensamento produtivo implica uma reorganização das informações do problema que vai muito além do ensaio-e-erro caracterizador do processo de resolução de problemas dos associacionistas (Wertheimer, 1959). Mas a riqueza do programa teórico-epistemológico dos gestaltistas não se fez acompanhar de dados empíricos correspondentes. Tal fato, aliado a uma completa ausência de perspectiva desenvolvimentista para o conhecimento, constituem-se nos dois elementos centrais da crítica piagetiana ao estruturalismo gestaltista.

Para Inhelder, Bovet & Sinclair (1977, p.14-21), três aspectos caracterizam o cognitivismo estruturalista piagetiano, distinguindo-o dos demais:

<sup>4</sup> No sentido amplo do termo, abrangendo o cálculo proposicional.

1. A dimensão biológica: “naturalista sem ser positivista”, a perspectiva teórica piagetiana propõe inicialmente que as condutas cognitivas se inserem num organismo dotado de estruturas gerais de caráter adaptativo. Nesse sentido, a formação das primeiras condutas de adaptação cognitiva da criança constituir-se-iam em processos de assimilação a partir de estruturas biologicamente preexistentes: seria, por exemplo, o caso da criança que assimila elementos novos, como chupar objetos quaisquer, a estruturas programadas geneticamente, como o reflexo de sucção.

2. A interação dos fatores sujeito-meio: trata-se da proposição de uma relação de estreita interdependência entre o sujeito conhecedor e o objeto a ser conhecido. Correlativamente, Piaget propõe que o instrumento fundamental no processo de desenvolvimento da cognição não é a percepção, como propõe a perspectiva empirista, mas a *ação* (Piaget, 1970, p. 12). Nesse processo de construção, Piaget ressalta que a objetividade não aparece como algo atingido de forma imediata e espontânea, mas sim ao longo de um processo de elaboração e *descentração*, envolvendo uma série de *desequilíbrios* e *reequilíbrios* das estruturas operatórias (Piaget, 1975).

3. O construtivismo psicogenético: trata-se, finalmente, da proposição de

diferenças qualitativas importantes entre o pensamento da criança e o pensamento do adulto, encarando-se o desenvolvimento da cognição como processo psicogenético marcado por etapas (estágios) caracterizadas por estruturas operatórias específicas e hierárquicas. Tal hierarquia não é descontínua, mas estabelece uma continuidade integrativa entre os estágios, fundada num princípio explicativo único que remete aos aspectos adaptativos gerais inicialmente referidos.

Várias das críticas<sup>5</sup> à perspectiva construtivo-estruturalista piagetiana coincidem na menção a um aspecto: ao tratar o conhecimento em termos de estruturas lógico-operatórias genéricas, fica difícil explicar as diferenças de desempenho, para sujeitos em um mesmo patamar de desenvolvimento, entre tarefas diversas, porém vinculadas a uma mesma estrutura operatória: é o caso clássico das diferenças de desempenho (“decalagens”) entre algumas tarefas de conservação. A tal crítica acrescenta-se uma outra, que prepara o terreno para o que se convencionou chamar de “construtivismo pós-piagetiano”: a proposta piagetiana, baseada em modelos estruturais lógico-operatórios de natureza genérica, não leva

<sup>5</sup> Weil-Barais, 1993; Weil-Barais, Lemeignan & Séré (1990).

suficientemente em consideração aspectos referentes a domínios de conhecimento específicos (físicos, matemáticos, lingüísticos), que contêm cada um obstáculos epistemológicos (Bachelard, 1974) próprios, não completamente assimiláveis a aspectos lógico-operatórios. Tal crítica nos conduz à seção seguinte do presente artigo.

#### 6. CONTRIBUIÇÃO TEÓRICO-PSICOLÓGICA À EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

As seções anteriores buscaram basicamente estabelecer uma visão crítica acerca de determinadas contribuições da psicologia para a conceptualização em geral (e muito especialmente para a conceptualização em educação matemática). Concluímos a presente reflexão com uma contribuição teórica que nos parece um exemplo adequado de contribuição teórico-psicológica nessa direção. Trata-se da *teoria dos campos conceituais*, proposta por Gérard Vergnaud (Vergnaud, 1990). Tal proposta teórica repousa basicamente sobre os conceitos de *esquema e invariantes e campos conceituais*. O esquema diz respeito à "organização invariante da conduta para uma determinada classe de situações" (Vergnaud, op. cit., p.136), e se constitui, segundo a análise aqui

proposta, no elemento central do funcionamento cognitivo, o que abrange o desenvolvimento dos conceitos. Esquemas abrangem desde competências sensório-motoras complexas, como a habilidade de um piloto de fórmula 1, capaz de abordar uma curva em alta velocidade, até competências matemáticas, como a contagem e a resolução de equações algébricas, passando por competências socio-culturais, como o desempenho de políticos profissionais diante de repórteres de televisão ou adversários. Se indubitavelmente as regras de ação fazem parte dos esquemas, estes não se resumem a essas regras, pois adicionalmente comportam invariantes operatórios (no sentido piagetiano do termo), inferências e antecipações.

São os invariantes que permitem aos esquemas achar as condições de funcionamento nas diversas situações com as quais o indivíduo se defronta; são as inferências que permitem aos esquemas levar em conta os valores atuais das variáveis de situação e de se adaptar a situações novas, calculando regras e antecipações; estas antecipações, por sua vez, são responsáveis pela funcionalidade dos esquemas; enfim, as regras de ação engendram a seqüência de ações do indivíduo. Mas estas regras de ação não seriam nada sem os outros componentes (Vergnaud, 1987, p.7).

Adicionalmente, cabe ainda considerar que a representação do real tem como suporte uma rede semântica complexa e dinâmica, no contexto da qual nenhuma situação é abordável recorrendo-se a um único conceito, e nenhum conceito é privativo de uma única situação, donde a proposição de *campos conceituais* (Vergnaud, 1990) como construto teórico para a compreensão do desenvolvimento conceitual.

Em suma, a abordagem psicológica do conceito não pode prescindir da consideração de um domínio epistemológico específico, posto que o conhecimento é sempre conhecimento de algo; adicionalmente, cabe considerar obrigatoriamente os três aspectos que dão ao conceito seu estatuto de ferramenta psicológica: o *conjunto de situações* que dão sentido funcional a determinado conceito, os *invariantes operatórios* aos quais tais conceitos se associam e, finalmente, o conjunto de *significantes* que permitem representá-lo.

Tais considerações nos distanciam dos paradigmas teórico-metodológicos em psicologia, enraizados na tradição aristotélica do conceito-substância, e nos conduzem à consideração de conceitos socialmente significativos e específicos (no sentido de conectados a um determinado domínio de conhecimento socialmente compartilhado). A reflexão

sobre o desenvolvimento do conceito em um contexto sociocultural significativo leva necessariamente à consideração de um processo já considerado por Vygotsky, ao discutir a relação entre conceitos espontâneos e conceitos científicos (Vygotsky, 1985; 2001): trata-se da interação entre o acervo de conhecimentos socioculturalmente constituídos, que tem na escola um dos vetores de transmissão, e o indivíduo singular que amplia a cada dia seus conhecimentos. A interação entre o que Piaget chamou de aprendizagem estrito senso (Piaget & Gréco, 1974) e o desenvolvimento cognitivo é, nessa ordem de idéias, um tópico central a considerar.

## 7. À GUIA DE CONCLUSÃO

Temos a convicção de que a psicologia tem um papel *relevante e específico* a dar para a educação matemática. Para isso, tentamos argumentar no sentido de que, em primeiro lugar, a natureza epistêmica dos conceitos matemáticos deve ser levada em conta na reflexão psicológica acerca da conceptualização. Quando nos referimos aqui a tal *natureza epistêmica* não queremos em absoluto fazer apelo a *essências* matemáticas desencarnadas, desconectadas do rol de atividades

humanas (portanto históricas, culturais, situadas em determinado contexto de significação). Queremos, isto sim, chamar a atenção para o fato de que os conceitos matemáticos têm determinada especificidade epistêmica, e que a desconsideração de tal especificidade condena eventuais contribuições da teoria psicológica à superficialidade.

Em segundo lugar, queremos chamar a atenção para uma direção de reflexão muito pouco explorada pela psicologia, e que no entanto diz respeito a um domínio de contribuição eminentemente psicológico: trata-se da consideração dos entrelaçamentos entre afetividade e cognição (ou mais especificamente, afetividade e educação matemática). A natureza psicológica do impulso epistemofílico (Freud, 1976), o caráter ansiogênico da atividade matemática escolar, aspectos psicopatológicos do contrato didático escolar (tais como inicialmente explorados em Úpinsky, 1985), bem como as interações entre auto-estima e desempenho escolar em matemática (Hazin, 2000; Hazin e Da Rocha Falcão, 2001) são exemplos de direções de pesquisa e reflexão teórica que a comunidade psicológica deveria desenvolver. Tais explorações merecem um esforço importante, não somente em função de seu interesse intrínseco, mas também como caminho para a reversão

do “encolhimento” de nossa contribuição no âmbito interdisciplinar da educação matemática.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BACHELARD, G. (1974) *O novo espírito científico* (Série Os Pensadores, vol. 38). São Paulo, Abril.
- BACHELARD, G. (1974) *O novo espírito científico* (Série Os Pensadores, vol. 38). São Paulo, Abril.
- BELL, A. (2001) *25 Years of PME - and what next?* Palestra plenária, Proceedings of the 25rd Conference for the Psychology of Mathematics Education, vol.1, pp. 65-71, Utrecht, Holanda.
- BROUSSEAU, G. (1987) Fondements et méthodes de la didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, n. 7.2, 33-115. La Pensée Sauvage, Grenoble.
- BROUSSEAU, G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble, La Pensée Sauvage.
- CARRAHER, T. N., CARRAHER, D. W. e SCHLIEMANN, A. D. (1982) Na vida dez, na escola zero: os contextos culturais da aprendizagem da matemática. *Cadernos de Pesquisa*, São Paulo (42):79-86, jul-set.
- CARRAHER, T. N., CARRAHER, D. W. e SCHLIEMANN, A. D. (1987) Written and oral mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, (18), 2, 83-97.
- CASSIRER, E. (1977) *Substance et fonction*. Paris, Les Editions du Minuit.
- CHEVALLARD, Y. (1985) *La transposition didactique*. Grenoble, La pensée Sauvage.
- D'AMBROSIO, U. (1986) *Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática*. São Paulo, Summus Editorial.
- D'AMBROSIO, U. (1993) Etnomatemática: um programa. *Educação Matemática em Revista*, Ano 1, no. 1-2, pp. 5-11.
- DA ROCHA FALCÃO, J. T. (1996). Elementos para uma abordagem psicológica do desenvolvimento de conceitos científicos e matemáticos. In: DIAS, M. G. & SPINILLO, A. G. (orgs.) (1996) *Tópicos em psicologia cognitiva*. Recife, Editora Universitária UFPE.
- DA ROCHA FALCÃO, J. T. (1999) Contribuições da psicologia para a didática de conteúdos específicos. *Arquivos Brasileiros de Psicologia*, vol. 51, no. 1, pp. 75/90.
- DA ROCHA FALCÃO, J. T. (2001a) DA ROCHA FALCÃO, J. T. (2001) *Learning environment for mathematics in school: towards a research agenda in psychology of mathematics education*. Palestra plenária, Proceedings of the 25rd Conference for the Psychology of Mathematics Education, vol.1, pp. 65-71, Utrecht, Holanda.
- DA ROCHA FALCÃO, J. T. (2001b) Thought and language: theoretical explorations in the context of psychology of mathematics education. IN: MÔNICA RABELO DE CASTRO, M., JANETE BOLITE FRANT, J.

- M.(2001) *Pensamento e linguagem*. Rio de Janeiro, Edições GEPEM, v. 2.
- DA ROCHA FALCÃO, J. T. (2002) *Alguns pontos básicos de reflexão acerca do "lugar" da psicologia da educação matemática no contexto da pesquisa em educação matemática*. Anais do V EPEM (Encontro Pernambucano de Educação Matemática) – Sociedade Brasileira de Educação Matemática (seção PE), Garanhuns (PE), 12 a 15 de outubro de 2002 (CD-ROM).
- FREUD, S. (1976). *Inibições, sintomas e ansiedade. Edição Standard Brasileira das Obras Psicológicas Completas de Sigmund Freud*, vol. XX, pp. 107-180. Imago: Rio de Janeiro.
- FUSON, K. C. (1991) relations entre comptage et cardinalité chez les enfants de 2 à 8 ans. IN: BIDEAUD, J., MELJAC, C., FISCHER, J. P. (1991) eds. *Les chemins du nombre*. Lille, Presses Universitaires de Lille.
- HAZIN, I. (2000) *Auto-estima e desempenho em matemática: uma contribuição ao debate acerca das relações entre cognição e afetividade*. Dissertação de mestrado não-publicada. Recife, Pós-Graduação em psicologia, Universidade Federal de Pernambuco.
- HAZIN, I., DA ROCHA FALCÃO, J. T. (2001) *Self-esteem and performance in school mathematics: a contribution to the debate about the relationship between cognition and affect*. Relatório de pesquisa, Proceedings of the 25rd Conference for the Psychology of Mathematics Education, vol.3, pp. 121-128. Utrecht, Holanda.
- INHOLDER, B., BOVET, M. & SINCLAIR, H. (1977) *Aprendizagem e estruturas do conhecimento*. São Paulo, Saraiva Editores.
- KANT, E. (1984) *Critique de la raison pure*. Paris, Presses Universitaires de France.
- LATOUR, B. (2000) *Ciência em ação*. São Paulo, Editora da UNESP.
- LAVE, J. (1988) *Cognition in practice*. Cambridge, Cambridge University Press.
- LINS LESSA, M., DA ROCHA FALCÃO, J. T. (2002) *Pensamento e linguagem: uma discussão no campo da psicologia da educação matemática*. *Artigo submetido*.
- MAYER, R. E. (1983) *Thinking, problem solving, cognition*. New York, W. H. Freeman and Company.
- MEIRA, L., & DA ROCHA FALCÃO, J. T. (1994) A experiência matemática na escola de 1º grau. *Educação Matemática em Revista*, SBEM, ano 1, no. 2.
- PIAGET, J. (1970) *L'Epistémologie Génétique*. Paris, PUF, "Que sais-je?" n. 1399.

- PIAGET, J., GRÉCO, P. (1974) *Aprendizagem e conhecimento*. Rio de Janeiro, Freitas Bastos.
- PIAGET, J. (1975) *L'Équilibration des structures cognitives*. Paris, PUF.
- PIAGET, J., SZEMINSKA, A. (1941) *La genèse du nombre chez l'enfant*. Neuchâtel, Delachaux y Niestlé.
- ROSCH, E. (1973) Natural categories. *Cognitive Psychology*, 4, 328-350.
- SAXE, G. B. (1991). Culture and Cognition: A method of study. Em G. Saxe, *Culture and Cognitive Development - studies in mathematical understanding*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- THORNDIKE, E. L. (1932) *The fundamentals of learning*. New York, Teachers College.
- UPINSKY, A.-A. (1985) *La perversion mathématique*. Monaco, L'Esprit et la Matière – Rocher.
- VERGNAUD, G. (1981) *L'enfant, la mathématique et la réalité*. Berne, Editions Peter Lang.
- VERGNAUD, G. (1987) Questions vives de la psychologie cognitive. *Colloque "Questions Vives de la Psychologie"*. Aix-en-Provence, octobre.
- VERGNAUD, G. (1997) The nature of mathematical concepts. In: NUNES, T., BRYANT, P. (1997) *Learning and teaching mathematics: an international perspective*. London, Psychology Press.
- VERGNAUD, G. (1990) La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 10-23, 133-170.
- VERGNAUD, G. (1997) The nature of mathematical concepts. In: NUNES, T., BRYANT, P. (1997) *Learning and teaching mathematics: an international perspective*. London, Psychology Press.
- VYGOTSKI, L. S. (1985) Le problème de l'enseignement et du développement mental à l'âge scolaire. In: BRONCKART, J. P. (org.) *Vygotski aujourd'hui*, Neuchâtel, Delachaux & Niestlé.
- VYGOTSKI, L. S. (2001) *A construção do pensamento e da linguagem*. São Paulo, Martins Fontes.
- WATSON, B. (1913) Psychology as the behaviorist views it. *Psychological Review*, v.20, pp. 158-177.
- WEIL-BARAIS, A. (1993) *L'Homme cognitif*. Paris, Presses Universitaires de France.
- WEIL-BARAIS, A., LEMEIGNAN, G. et SÉRÉ, M.-G. (1990) Acquisition de connaissances scientifiques et développement. IN: NETCHINE-GRYNBERG, G. (org.) *Développement et fonctionnement cognitifs chez l'enfant*. Paris, PUF, pp.247-259.
- WERTHEIMER, M. (1959) *Productive thinking*. New York, Harper & Row.