

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO SUPERIOR

Márcia Maria Fusaro Pinto *

RESUMO

Esta abordagem da temática da Educação Matemática no Ensino Superior usa como referência os trabalhos apresentados durante o I SIPEM (Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática), promovido pela SBEM em 2000, dentro do Grupo de Trabalho "Educação Matemática no Ensino Superior". As pesquisas foram agrupadas em quatro conjuntos, todos no contexto do ensino universitário – o que investiga a prática docente, as representações sociais dos professores e a produção de saberes sobre o ensinar/aprender pelos professores; o que focaliza a conceitualização, a reconstrução e a produção de significado pelos alunos; o que trata da conceitualização, da definição e da argumentação em matemática; o que elege como objeto a matemática-instrumento e os usuários da matemática.

ABSTRACT

This text approaches the theme of Mathematical Education at university through the works presented at the first SIPEM (International Seminar about Research in Mathematical Education) in 2000. The works were grouped in four areas, all about university teaching: the one which investigates the teachers' practice, the teachers' social representation and the production of knowledge about teaching and learning; the one which focuses on the students' conceptualization, reconstruction and production of meaning; the one which deals with conceptualization, definition and argumentation in Mathematics; and the one which studies Mathematics as an instrument, as well the people who need Mathematics as such.

* Professora Doutora da Universidade Federal de Minas Gerais.

A pesquisa em Educação Matemática no Ensino Superior vem se desenvolvendo há vários anos no país e no exterior; o número de alunos que estão se matriculando nas universidades e no ensino médio tem crescido, o que coloca questões desafiadoras a professores e pesquisadores. Embora tais questões tenham despertado interesse em grupos restritos até bem pouco tempo, o número de doutores nessa área vem crescendo. De fato, começa-se a perceber que uma reforma educacional no ensino de matemática nas universidades, para responder à demanda por um ensino que atenda melhor aos alunos e professores, não pode ser conduzida ignorando aspectos da complexidade epistemológica da matemática, do processo de pensamento dos alunos. Este artigo se endereça a tais questões, e às pesquisas que em torno delas têm sido desenvolvidas.

Em nosso país, o primeiro encontro de pesquisadores nessa área aconteceu em 2000, durante o *I Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, em Serra Negra, São Paulo, organizado pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Nessa oportunidade, constituiu-se o primeiro Grupo de Trabalho em Educação Matemática no Ensino Superior, coordenado pela Dra. Lilian Nasser, do Instituto de Matemática – UFRJ. Para essa

pesquisadora, a produção acanhada de pesquisa em Educação Matemática no Ensino Superior até então se deve ao fato de programas governamentais de apoio a pesquisa em Educação terem privilegiado projetos visando a melhoria do ensino / aprendizagem na escola básica. L. Nasser analisa que a reversão desse quadro se deve não só ao reconhecimento da Educação Matemática como área de pesquisa, como também ao número de doutores nessa área que vêm atuando nas universidades e às tentativas de introdução de novas tecnologias no cotidiano da sala de aula. De fato, propostas alternativas, tais como uso de modelagem e novas tecnologias, há muito vêm sendo experimentadas e avaliadas, muito embora seu uso não seja regular na maioria das universidades.

Internacionalmente, a pesquisa nesse nível de ensino também se consolidou mais tarde: a partir da década de 80, com a constituição de grupo (*Advanced Mathematical Thinking Group*) durante encontro anual do *International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Os trabalhos desenvolvidos no início se fundamentaram principalmente na Psicologia da Educação; em especial nos trabalhos de Jean Piaget e Lev Vigotsky, num esforço visando estender suas idéias para explicar questões relativas ao ensino / aprendizagem da matemática

por indivíduos adultos. O desenvolvimento da pesquisa do próprio grupo não se fundamenta ainda em um referencial teórico único, o que torna particularmente difícil discutir esse campo de pesquisa, ainda jovem. Atualmente, abordagens diversas têm coexistido, articulando uma ou mais áreas, ou trabalhando primordialmente sob outros pontos de vista que não o da Psicologia, como por exemplo, o da Sociologia ou o da Filosofia da Educação. Assim, à luz de um reconhecimento da dimensão social e cultural do processo de aprendizagem, relativizam-se análises cognitivas clássicas.

De um modo geral, a pesquisa tem questionado a matemática que se ensina no nível universitário e a maneira como ela é ensinada, buscando compreender as dificuldades dos alunos em seu contato com a matemática ensinada na universidade, as dificuldades com a nova experiência no novo ambiente — a universidade —, discutindo as limitações da prática docente nesse nível. Busca-se ainda elaborar, experimentar e avaliar alternativas para o trabalho em sala de aula, bem como, já menos restrito ao espaço da sala de aula, discutir eventual inadequação em currículos, programas, enfoques e textos trabalhados nos cursos. Dada a diversidade social e cultural do nosso país, as questões são complexas e estão ainda longe de serem explicadas,

deixando aberto um longo caminho a ser percorrido.

Em especial, nos dias de hoje, a Educação Matemática no Ensino Superior tem contribuído para a discussão das novas diretrizes para nossos cursos de Licenciatura em Matemática, inserida em debate mais amplo sobre os cursos de Licenciatura em geral. Coloca ainda questões sobre os cursos que preparam o futuro matemático profissional, buscando traçar o seu perfil. Embora com menor intensidade, este último debate se inicia a partir de flexibilização no entendimento da formação de um bacharel em matemática, levando-se em conta a possibilidade de sua atuação como professor no ensino superior e médio, ou mesmo como profissional em empresas, como já vem acontecendo.

Limitações da prática docente nas universidades emergem nesse cenário em transformação. Mudanças requerem não apenas boa intenção dos educadores e profissionais do ensino superior, mas também pesquisa, investimento pessoal a longo prazo e suporte institucional. Em geral, a expectativa institucional e a dos próprios professores também nesse nível de ensino tem sido a de que os resultados da pesquisa em Educação ofereçam maneiras simples, de baixo custo individual e institucional e de curto prazo, para minorar índices de retenção e

evasão, identificados com o fracasso escolar. Na maioria das vezes, mudanças na prática docente visando uma melhoria do ensino ficam restritas ao conteúdo a ser ensinado (troca-se o texto adotado), ao passo que problemas relacionados a questões outras, como a discussão do conteúdo em si proposto a ser ensinado, o trabalho e hábitos de estudo dos alunos, a dinâmica da sala de aula e a pesquisa em Educação Matemática não são ainda considerados. Esse contexto — o das práticas em salas de aula e dos departamentos de matemática nas universidades — tem sido objeto de várias pesquisas.

A PRÁTICA DOCENTE, AS
REPRESENTAÇÕES SOCIAIS DOS
PROFESSORES E A PRODUÇÃO DE
SABERES SOBRE O ENSINAR /
APRENDER PELOS PROFESSORES
NAS UNIVERSIDADES

Em sua dissertação de mestrado, o professor Arlindo José de Souza Junior (Universidade Federal de Uberlândia, Minas Gerais) investigou concepções do professor universitário sobre o ensino de matemática. Ele concluiu que professores de matemática lêem pouco sobre a pesquisa que já se tem desenvolvida na área de Educação Matemática, fundamentando sua prática pedagógica

em sua experiência e no cotidiano, e acreditando que a matemática deve ser ensinada através de aplicações.

Posteriormente, um grupo de professores, organizando-se e discutindo sua prática, foi o contexto de sua pesquisa durante seu doutorado na Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), em 2000. Sob orientação do Dr. João Frederico da Costa Azevedo Meyer, Arlindo Souza Jr. desenvolveu pesquisa qualitativa do tipo estudo de caso etnográfico, analisando a trajetória de um grupo de professores do departamento de Matemática daquela mesma universidade. Evidenciou a produção de saberes sobre o ensinar-aprender Cálculo na Universidade do grupo, acompanhando professores de Cálculo Diferencial e Integral e alunos de graduação e pós graduação de diferentes cursos.

Para a obtenção dos dados, o pesquisador se qualificou como pesquisador participante e esteve presente nas reuniões semanais do grupo durante dois anos letivos. O estabelecimento de uma triangulação dos dados coletados foi realizado a partir de observação, entrevista e análise de documentos. A trajetória do grupo foi analisada segundo três eixos: a dinâmica do trabalho coletivo, o envolvimento dos indivíduos no trabalho coletivo e, por fim, a busca de entendimento do processo de

produção de saberes daquele grupo. O pesquisador ressalta o processo de reflexão e discussão sistemáticas e coletivas que marcou a trajetória percorrida pelo grupo. Conclui que esse poderia ser um caminho a ser trilhado pelos professores para consolidar o uso regular do computador e outros recursos na prática docente nas universidades.

O saber experiencial de professores e ainda os textos matemáticos usados como referência nos cursos universitários foram investigados pelos professores Claudia Laus (Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões, Rio Grande do Sul), Maria Cristina Bonomi Barufi (Universidade de São Paulo – USP) e por Frederico da Silva Reis (Universidade Federal de Ouro Preto, Minas Gerais). Todos ressaltam a influência significativa do livro texto no ensino da matemática em nível superior no Brasil.

C. Laus desenvolve sua dissertação de mestrado, orientada pelo Dr. Sérgio Roberto Nobre, na Universidade Estadual Paulista. Parte de sua experiência como aluna na graduação, quando procurou entender a demonstração da regra de L'Hospital no livro-texto adotado em seu curso (Guidorizzi, 1985) e escolhe esse tema como foco. Investiga o tratamento dado por diversos autores a esse objeto, através da análise do discurso veiculada nos livros-textos desenvolvida por Hariki (1992).

Referenciando-se no paradigma ecológico de Chevallard (1989) para explicar os processos envolvidos na transposição didática, C. Laus analisa como a regra sobrevive em diversos livros. Analisando as tensões no discurso matemático veiculado pelos autores quando apresentando a regra de L'Hospital, conclui que o tratamento dado não é uniforme, e que, em última instância, cabe ao professor a tarefa de seleção e adequação do conteúdo, enfim, sua transposição para o ambiente da sala de aula. Os papéis do professor e das novas tecnologias foram considerados fundamentais como facilitadores da aprendizagem no estudo da professora C. Barufi (Universidade de São Paulo – USP) em seu doutorado na Universidade de São Paulo, sob orientação do Dr. Nilson José Machado. Da análise realizada, referenciada em rede de conhecimentos e significados, conclui que as dificuldades existentes no ensino da matemática nas universidades, em especial do Cálculo Diferencial e Integral, não reside na ausência de bons livros.

Já o doutorando F. Reis, sob orientação do Dr. Dario Fiorentini (UNICAMP – São Paulo), busca compreender como a relação tensional entre rigor e intuição acontece e se manifesta no ensino de Cálculo e de Análise. Mediante análise de manuais didáticos e de entrevistas com

professores, pesquisadores e autores de estudos e livros didáticos, F. Reis observa que a relação entre rigor e intuição é quase sempre desigual e dicotômica. Ressalta que posições defendidas pelos professores entrevistados apontam para a necessidade de um rompimento com o ensino formalista atual (Fiorentini, 1995), em especial no caso das licenciaturas em matemática, levando-se em conta a multiplicidade de conhecimentos específicos, pedagógicos e curriculares que devem compor a formação de um professor de matemática (Schulman, 1996).

A análise do discurso de professores de Cálculo de cursos de licenciatura em Matemática no Estado de São Paulo é usada pelo pesquisador Miguel Tadayuki Koga (Universidade do Estado de Mato Grosso – UNEMAT) para investigar as representações que esses professores têm do futuro professor de matemática a ser formado. Conclui que formadores de professores que participaram da pesquisa acreditam que o importante é saber o conteúdo, sem dar devida atenção à análise dos conceitos ou aos meios em que ela pode ser inserida. Nessa mesma direção, mas tendo agora como sujeitos um grupo de licenciandos em Matemática, a professora Josinalva Estácio Menezes (Universidade Federal Rural de Pernambuco) investigou sua visão sobre as principais características de um bom

professor de matemática. A pesquisa qualitativa de J. Menezes, referenciada em Jodelet (1984), ressalta que características mais evidenciadas pelos sujeitos remetem ao relacionamento entre professor e aluno, seguido de domínio do conteúdo por parte do primeiro, da atenção individual dispensada a cada aluno por parte do professor, e de aspectos inerentes à transmissão do conteúdo em sala de aula. De algum modo, podemos pensar essas características como parcialmente refletindo as representações de seus formadores.

Dentre as representações dos professores de matemática nas universidades sobre a matemática está a de que ela é cumulativa, fato que, no que diz respeito ao seu ensino, parece sugerir que o processo de aprendizagem é contínuo. Tal idéia é conveniente, uma vez que, a partir dela, torna-se fácil, por exemplo, justificar índices de retenção e evasão exclusivamente em termos de deficiências na formação anterior dos alunos em matemática. Rupturas e reconstruções são, no entanto, características da aprendizagem da matemática. Na verdade, o ensino de Cálculo pressupõe mudanças na conceitualização e reconstrução de relações envolvendo objetos matemáticos com os quais nossos estudantes já trabalham há muito tempo.

CONCEITUALIZAÇÃO, RECONSTRUÇÃO
E PRODUÇÃO DE SIGNIFICADO PELOS
ALUNOS NAS UNIVERSIDADES

Números reais, por exemplo, é um conceito cuja reconstrução tem provado não ser fácil. Fazem parte da matemática na escola elementar desde muito cedo, como objetos algébricos representados geometricamente na reta numérica. Estudos têm mostrado, no entanto, que as relações construídas pelos alunos a partir das extensões sucessivas do campo numérico não são claras, e muito menos as associações entre números reais e pontos na reta. Sônia Iglori e Benedito Silva (PUC – São Paulo) investigam as concepções sobre números reais que os alunos trazem para a universidade e como as mesmas evoluem ao longo do curso.

Os pesquisadores aplicam questionário a alunos iniciantes e finalistas de um curso na área de exatas em sua universidade, conduzindo estudo diagnóstico referenciado em Duval (1992) e Brousseau (1986). Reproduzindo pesquisas já realizadas em outros países (Robinet, 1994; Tirosh, 1991), concluem o trabalho observando que mesmo após um curso introdutório de Análise Real, os alunos finalistas parecem ainda não ter reconstruído o conceito, embora apresentem respostas mais coerentes que os iniciantes. A pesquisa destaca aspectos

do conceito de número real não reconstruídos, tais como a identificação entre número e sua representação, podendo-se, por exemplo, considerar $\pi/2$ como racional, porque está escrito na forma de fração; a identificação entre irracionais e representações decimais infinitas, estando então aí incluídas as representações infinitas periódicas; irracionais com não exatidão e número com sua aproximação. Isso mostra que as relações entre números irracionais e suas aproximações decimais não estão claras, o que demanda reconstruções para entender as idéias do Cálculo.

Em resposta a tais demandas, a professora Gilda de La Roque Palis (PUC – Rio de Janeiro) vem desenvolvendo, desde há muito tempo, um trabalho de pesquisa e ensino pioneiro na Educação Matemática no Ensino Superior. Com experiência em utilização de novas tecnologias em cursos universitários básicos de matemática, a pesquisadora tem se dedicado a alunos iniciantes, elaborando atividades para trabalhar seqüências numéricas com o objetivo de reconstruir o conceito de números reais. Desenvolve ainda pesquisa analisando construções mentais subjacentes à produção e interpretação de gráficos de funções, referenciada em Dubinsky e equipe (1988, 1991, 2000). Recentemente, implementou atividades de ensino

visando uma introdução à lógica matemática na disciplina de Introdução ao Cálculo, discutindo uma metodologia para compreender e descrever os diferentes significados atribuídos pelos estudantes às suas experiências de aprendizagem, ao que constróem, ao que sabem. A pesquisadora propôs aos estudantes a redação de um portfolio com uma autoavaliação, envolvendo uma reflexão acerca da matemática que estão aprendendo. Tal atividade permitiu uma visão geral de aspectos da interpretação da compreensão dos estudantes em relação ao tópico matemático que estava sendo estudado.

Diversificações na produção de significados e conhecimentos a partir do Cálculo são de interesse de Lígia Arantes Sad (Universidade Federal do Espírito Santo – UFES) em seu doutorado sob supervisão do Dr. Romulo Lins. Explicitando sua preocupação com a construção epistêmica do aluno e com a contribuição para o desenvolvimento do pensamento diferencial e integral, L. Sad trabalha com um entendimento de conhecimento como *crença-afirmação*, *justificação* (Lins, 1992, 1993, 1994, 1996), colocando-se diante de existência independente e intrínseca do conhecimento a partir do sujeito e, também, do sujeito do conhecimento (Sad, 2000). Por exemplo, Sad entenderá

os significados produzidos para a sentença — a derivada de $2x$ é 2 — no caso de um aluno justificá-la baseado na autoridade do professor ou deduzindo a regra, como constituindo conhecimentos diferentes. Investigação histórico-epistemológica e pesquisa de campo se entrelaçam no desenvolvimento da pesquisa qualitativa.

Sad evidencia, em sua pesquisa histórica, que não há modo verdadeiro e absoluto de pensar sobre matemática. Acompanha durante um ano, como observador participante, turmas de Física, Matemática e Geologia, num curso de Cálculo inicial. Para análise dos dados empíricos coletados, fundamenta-se no Modelo Teórico dos Campos Semânticos (Lins, 1992), tendo ainda recorrido a Bakhtin e Vigotsky, e Vigotsky e Brunner quando se referiu ao estudo da fala e da linguagem e da produção de significado, respectivamente. A pesquisa aponta para diferentes modos de produção de significados, objetos e conhecimento a partir das atividades do Cálculo. Dentre suas conclusões, destaca o fato de o Modelo Teórico dos Campos Semânticos mostrar-se adequado ao estudo desenvolvido. Dentre os direcionamentos, sugere ao professor o diálogo, a busca em compartilhar com os alunos as mudanças, relações e semelhanças entre Campos Semânticos.

L. Sad ainda observa em sua pesquisa que, em certos grupos sociais onde se trabalha e se produz a matemática avançada, pouca ou nenhuma diversificação na produção de significados pode acontecer. A possibilidade de definição formal e de dedução são considerados fatores que distinguem o pensamento matemático avançado.

Em sua contribuição ao nosso grupo de trabalho no I SIPEM, o Dr. Roberto Ribeiro Baldino discute o papel da definição na matemática do século 20, e sua consequência no ensino. Ressalta o fato de que a matemática daquele século é resultado de um esforço, ou rigor, em produzir um discurso sem ambigüidades, uma finitização do pensamento, deixando de fora o sujeito falante. Nesse discurso asséptico, a definição é concebida como o nome que se convencionou dar a um conjunto ou elementos de um conjunto bem determinado (Baldino, 2000). Bem diverso do que usualmente pensam os alunos que, próximos de Hegel, pensam na definição como uma descrição completa de um objeto. Nesse contexto conduzi meu próprio estudo durante doutorado no Institute of Education, University of Warwick, Inglaterra, sob orientação do Dr. David Tall.

CONCEITUALIZAÇÃO, DEFINIÇÃO E ARGUMENTAÇÃO EM MATEMÁTICA

Em meu doutorado, investiguei a construção de teoria matemática formal por alunos de matemática em seu primeiro contato com a Análise Real (Pinto, 1998). Procurei descrever estratégias que estruturavam as atividades dos indivíduos, para explicar os diferentes modos em que o entendimento (ou não) da teoria formal parecia acontecer. Recorri à metodologia desenvolvida por Strauss (1997) para análise de dados coletados durante as vinte semanas em que acompanhei os sujeitos da pesquisa em sala de aula da disciplina, entrevistando-os a cada duas semanas. Categorizações foram reavaliadas a cada nova coleta de dados, até que uma estrutura natural emergisse baseada no conjunto total dos dados. Reformulações me levaram a considerar definições que os estudantes explicitavam e as deduções que eles faziam a partir dessas definições. Referenciei-me em Tall (1991) ao propor categorias para análise.

Estratégias inicialmente concebidas — formal e informal — foram, a partir de diversos episódios, reformuladas. Vários episódios sugeriram que as respostas satisfatórias, do ponto de vista formal, eram muitas vezes estruturadas próximas ou articuladas a abordagens que poderiam

ser entendidas como informais. Como resultado, reformulei as duas categorias iniciais para considerar um movimento que os alunos faziam, partindo da experiência nova, como se “aceitando as regras do jogo”, e construindo através de deduções formais; e o movimento oposto, que é partindo da Imagem Conceitual (Tall&Vinner, 1981), como se “trocando em miúdos” a experiência nova, e reconstruindo o conhecimento prévio com a teoria formal. Estruturando sua atividade por uma ou outra estratégia, alunos podem ser ou não bem sucedidos no entendimento da teoria formal; têm hábitos de estudo e dificuldades cognitivas diferentes. Todos recorrem à memorização quando se percebem fracassando.

O entendimento dos alunos na graduação a respeito da noção de argumentação e prova em matemática é também diferente do dos matemáticos e do esperado pelos professores de matemática. Argumentação em matemática é objeto da pesquisa de Cláudia Segadas Vianna e Lilian Nasser, da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Orientada pela Dr. Celia Hoyles em seu doutorado, C. Vianna investigou a compreensão do Teorema Fundamental do Cálculo pelos alunos de graduação de áreas diversas nas ciências exatas. Utilizou questionário que foi respondido por

alunos dos cursos de informática, matemática e engenharia, tendo selecionado um grupo de 17 estudantes para entrevista. Os resultados indicam que a compreensão do teorema e de sua demonstração esbarra em obstáculos como dificuldades com o conceito de função, continuidade e integral, e um conhecimento fragmentado e episódico do conteúdo estudado. Poucos conseguem compreender a demonstração de algum teorema, nem parecem ter um entendimento do papel de uma demonstração como passo fundamental para generalizar uma proposição. Em relação a hábitos de estudo, não se interessam por aspectos mais teóricos do curso.

As dificuldades dos alunos de graduação em Matemática no domínio do processo dedutivo são analisadas também por Lilian Nasser. Referenciando-se em Van Hiele (1986), L. Nasser trabalha os níveis de desenvolvimento do raciocínio geométrico identificados pelo pesquisador, preocupando-se em especial com questões relativas a argumentação e prova no ensino de matemática. Em pesquisa realizada junto a alunos dos cursos das áreas de Ciências Matemáticas e da Natureza na UFRJ, concluiu que apenas 30% dos alunos raciocinavam no nível de dedução ou do rigor matemático (Nasser, 1992).

Resultados das provas e experimentos realizados com alunos de licenciatura em matemática indicam que, com interferência do professor e de atividades preparadas para esse fim, alunos dos cursos de matemática devem, estimulados, argumentar matematicamente, trabalho este que deveria começar bem antes do curso universitário.

Patrícia da Conceição Fantinel (Universidade Federal do Rio Grande do Sul – URGs) adotou também o modelo de Van Hiele como posição epistemológica, ao investigar representações gráficas espaciais para o ensino de Cálculo e Álgebra Linear. Utilizou a Assimilação Solidária como pedagogia alternativa (Baldino, 1998), tendo como ponto de partida um levantamento informal de opiniões sobre o assunto de professores do curso de graduação em matemática. Desenvolveu o trabalho em três fases, sendo a última a de avaliação da pesquisa. Nesse momento, ao categorizar os níveis de pensamento geométrico dos sujeitos envolvidos de acordo com os níveis de Van Hiele, identificou um nível pré-básico, quando respostas dos alunos baseiam-se em um subconjunto de características visuais do sólido dado (Fantinel, 2000). Concluiu evidenciando diferenças entre o resultado do trabalho com grupo de alunos cursando Física e com outro cursando Matemática.

Marilena Bittar (Universidade Federal do Mato Grosso do Sul) realizou seu doutorado na França, visando analisar como a noção de vetor é introduzida na escola de ensino médio na França, e quais as dificuldades dos alunos com a noção. Fundamentou-se em Vergnaud (1990), Duval (1993) e Douady (1986). M. Bittar analisou livros didáticos, ressaltando a ruptura entre o ensino do ente geométrico sob a etiqueta vetor, como apresentado no ensino médio, e o do ente abstrato, pertencente a um espaço vetorial, apresentado posteriormente. Delimitou o objeto de estudo e considerou o conceito como estudado no ensino médio. Desenvolveu dois dispositivos experimentais; um deles para estudar as dificuldades dos alunos na aprendizagem, usando a teoria de campos conceituais como instrumento teórico de análise, e o outro como ferramenta para resolução de problemas em geometria, usando o Cabri-geometre II, elaborado em colaboração com o professor da turma que participava da pesquisa. A seqüência didática projetada e o novo instrumento permitiram a validação de hipóteses sobre a presença de teoremas em ação errados no trabalho desenvolvido pelos estudantes, bem como permitiu aos alunos um meio de controlar suas ações, inexistente quando se utiliza a mídia papel e lápis.

Tem sido também questionado, em especial por docentes e profissionais de

outros cursos, o desenvolvimento das nossas disciplinas na área de exatas quando dirigidas a profissionais que, diferentemente dos que irão educar ou produzir matemática, farão uso daquele conteúdo em contexto outro de trabalho, diferente de uma sala de aula ou um centro de pesquisa em matemática. Para estes importa a dimensão instrumento da matemática, mais do que sua conceitualização. Coloca-se o desafio em pensar as relações a serem trabalhadas, para evitar reduzir o conteúdo matemático a uma coleção de fórmulas e fatos a serem memorizados ou a um objeto sem significado.

A MATEMÁTICA-INSTRUMENTO E OS USUÁRIOS DA MATEMÁTICA

Rute Henrique da Silva (Universidade Federal do Rio Grande do Sul – URS) procurou projetar, executar e avaliar uma disciplina de Álgebra Linear que atendesse às expectativas do Departamento de Ciência da Computação na UNESP – Rio Claro. Utilizou a Assimilação Solidária como proposta pedagógica (Baldino, 1998), tendo realizado entrevistas com professores que trabalhavam no curso de Computação, discutido propostas nas reuniões do Grupo de Pesquisa-Ação (GPA, UNESP – Rio Claro), registrando, ao final do curso, as opiniões de professores

e alunos em relação à disciplina. Como posição epistemológica, utilizou os trabalhos do Advanced Mathematical Thinking Group (Tall, 1991). Partindo da sala de aula e considerando sua própria prática como objeto de pesquisa (Baldino & Souza, 1997), R. Silva trabalhou o conteúdo fazendo uso simultâneo de representações algébricas, geométricas e matriciais, para possibilitar a integração de diferentes aspectos da imagem conceitual (Tall & Vinner, 1981) relativa aos conceitos estudados.

A experiência dos alunos no curso de Computação foi levada em conta, quando se referenciou o estudo de autovalores, autovetores e ortogonalização no tema Processamento de Imagens. R. Silva não afirma que o curso ministrado foi superior aos que se fundamentam exclusivamente no referencial matemático, mas indicou alternativas para o trabalho em cursos de serviço. Observou que a turma saía-se bem na resolução de problemas que envolviam cálculos e deixava a desejar no que se refere a conceitualização. Este último resultado, que deixa em aberto uma série de questões importante, foi também percebido por Maria Clara Rezende Frota (PUC – Minas Gerais) ao longo de seu doutorado, sob orientação do Dr. João Filocre Saraiva, na Universidade Federal de Minas Gerais. Combinando métodos quantitativos e

qualitativos para coleta e análise de dados, M. C. Frota se propôs a investigar as concepções e estratégias de aprendizagem matemática de alunos de cursos de engenharia, onde a Matemática constitui apoio para estudos mais específicos. Referenciando-se em Piaget e entendendo estratégias de aprendizagem como competências em ação, a pesquisadora pensa globalmente o resultado de entrevistas com os sujeitos da pesquisa, verificando que a prática é elemento chave do estilo de aprendizagem da matemática dos alunos, seja como ponto de partida para futura teorização, seja como ponto de chegada, ou aplicação, para melhor entendimento da teoria estudada. Além disso, a pesquisa aborda questões sobre a relação entre o conhecimento instrumental e o conhecimento conceitual em matemática.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Este artigo não tem a intenção de oferecer senão uma visão parcial da pesquisa em Educação Matemática no Ensino Superior em nosso país. Referenciado quase exclusivamente em resultados apresentados por ocasião do I SIPEM no Grupo de Trabalho Educação Matemática no Ensino Superior, publicados em seus Anais, já deixa à margem toda a pesquisa conduzida após a realização

daquele evento. Além disso, não estão aqui registradas as pesquisas apresentadas em outros grupos de trabalho, quando, no entanto, muitas também dizem respeito à educação nas universidades. Por exemplo, parte da pesquisa em novas tecnologias e ensino à distância e o debate mais amplo sobre a formação de professores.

Ainda assim, concluo tendo a impressão de que este artigo nos dá uma boa idéia dos esforços que vêm sendo realizados no sentido de entender melhor a matemática que ensinamos na universidade, as dificuldades que nossos alunos enfrentam, sua resistência em não aceitar nosso discurso, alternativas para o cotidiano em sala de aula, sucessos, limites e equívocos em nossa prática. Embora área recente, uma análise do trabalho de pesquisa desenvolvido nos revela um campo que se constitui aberto a múltiplos olhares, lançados sobre diversos tópicos ensinados nas universidades. Questões de pesquisa têm considerado o desenvolvimento dos nossos cursos nas áreas de exatas dirigidos a profissionais diferentes, como são os que usam a matemática como instrumento em seu trabalho, ensinam a matemática na escola de ensino elementar e médio ou atuam como matemáticos profissionais. Além disso, a importância das universidades, e dos departamentos de

matemática nesse cenário, onde acontece de fato o processo de ensino e aprendizagem, é considerada. Pesquisas realçam o caminhar junto com o mundo das práticas como uma das maneiras de atuar, tornar a pesquisa importante em outro contexto que não o da própria educação — o que não parece ser possível se deixado sob responsabilidade apenas dos pesquisadores, sem envolver o professor de matemática na universidade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ÂNGELO, C. L. *A Regra de L'Hospital no habitat livro-texto: uma análise do discurso de alguns autores*. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, 1997. (Dissertação, Mestrado.)
- ARTIGUE, M. Ingénierie didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 9(3), 281-307, 1990.
- BALACHEFF, N. Aspects of proof in pupils' practice of school mathematics. D. PIMM (ed). *Mathematics, Teachers and Children*. Londres: Hodder & Stoughton, p.216-235.
- BALDINO, R. R.; SAD, L. A.; TEIXEIRA, M. V. Cauchy and the problem of point-wise convergence. *Anais do XX International Congress of History of Science*. Liège, 1994.
- BALDINO, R. R. Cálculo Infinitesimal: passado ou futuro? *Temas e Debates*, 6. SBEM, 1995.
- BALDINO, R. R. et al. Sobre o papel do conceito de limite no primeiro curso de Cálculo. *Anais do IVEPEM*. São Paulo, 1996.
- BALDINO, R. R.; SOUZA, A. C. C. A pesquisa em sala de aula: grupo de pesquisa ação em educação matemática-GPA. Rio Claro, 1997.
- BALDINO, R. R. Assimilação solidária: a escola, mais-valia e consciência cínica. *Educação em Foco*. Universidade Federal de Juiz de Fora, MG, 3 (1), 39-65, 1998.
- BAKITIN, M. *Marxismo e Filosofia da Linguagem*. São Paulo: Hucitec, 1990.
- BARUFI, M. C. B. *A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral*. São Paulo: Universidade de São Paulo, 1999. (Tese, Doutorado.)
- BITTAR, M. *Les vecteurs dans l'enseignement secondaire. Une analyse des manuels en termes d'outil et d'objet, Étude de difficultés d'élèves dans deux environnements: Cabri-Géomètre et papier-crayon*. Universidade J. Fourier, Grenoble I, 1998. (Tese, doutorado.)
- BROUSSEAU, G. Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 7(2), 33-115, 1986.
- BROUSSEAU, G. The fragility of knowledge. Mathematical knowledge: its growth through teaching. In: BISHOP, A. J. et al (eds). *The fragility of knowledge*, 13-36. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991.

- BRUNER, J. *Actual minds, possible worlds*. Cambridge: Harvard University Press, 1986.
- CABRAL, T. C. B. *Vicissitudes da aprendizagem em um curso de cálculo*. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, 1992. (Dissertação, Mestrado.)
- CHEVALLARD, Y. *Aspects d'un travail de theorisation de la didactique des mathématiques: étude du cas de l'algèbre élémentaire*. Université d'Aix-Marseille II, 1989.
- DUBINSKY, E.; ELTERMAN, F.; GONG, C. The students construction of quantification. *For the Learning of Mathematics*, 8, 44-51, 1988.
- DUBINSKY, E. Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In: D. TAU. (ed). *Advanced Mathematical Thinking*. 95-123. Dordrecht: Kluwer. 1991.
- DUVAL, R. Semioses et Noesis. Conference APMEP, IREM, 1992.
- DOUADY, R. Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 7(2), 5-31, 1986.
- FANTINEL, P. C. *Representações gráficas espaciais para o ensino de cálculo e álgebra linear*. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista. (Dissertação, Mestrado.)
- FIorentini, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino de matemática no Brasil. *Zetetiké*, 3(4) 51-60, 1995.
- FROTA, M. C. R. *O pensar matemático no ensino superior: concepções e estratégias de aprendizagem matemática dos alunos*. Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, 2002. (Tese, Doutorado.)
- HARIKI, S. *Analysis of Mathematical Discourse: multiple perspectives*. Ph. D. Thesis. University of Southampton, Faculty of Mathematical Studies. Inglaterra, 1992.
- JODELET, D. Representation sociale: un domaine en expansion. In: JODELET, D. (ed). *Les représentations sociales*. Paris: Presses Universitaires de France, 31-61, 1989.
- JODELET, D. Representation sociale: phénomènes, concept et théorie. In: MOSCOVICI, S. (ed). *Psychologie sociale*. Paris: Presses Universitaires de France, 357-378, 1984.
- LINS, R. C. *A framework for understanding what algebraic thinking is*. Ph. D. Thesis. University of Nottingham, Inglaterra, 1992.
- LINS, R. C. Epistemologia história e educação matemática: tornando mais sólidas as bases da pesquisa. *Revista da SBEM-SP*, 1. São Paulo, 1993.
- LINS, R. C. O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. *Revista Dynamis*, 1 (7). Blumenau: FURB. 1994.
- LINS, R. C. Struggling for survival: the production of meaning. *Anais do BSRLM*. Meeting Sheffield, 1996.

- NASSER, L. *Using the van Hiele theory to improve secondary school geometry in Brazil*. Ph. D. Thesis. University of London, Inglaterra, 1992.
- PINTO, M. M. F. *Student' understanding of real analysis*. Ph. D. Thesis. University of Warwick, Inglaterra, 1998.
- REIS, F. R. *A tensão entre o rigor e intuição no ensino de cálculo e de análise: a visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos*. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 2001. Tese, Doutorado.)
- ROBINET, J. *Les réels: quels modèles en ont les élèves? Cahier de Didactique des Mathématiques*, 21. Paris, 1994.
- SAD, L. A. *Cálculo Diferencial e Integral: uma abordagem epistemológica de alguns aspectos*. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, 1998. (Tese, Doutorado.)
- SCHULMAN, L. S. Those who understand: the knowledge growths in teaching. *Educational Researcher*, February, 4-14, 1986.
- SOUZA JR. ARLINDO, J. S. *Concepções do professor universitário sobre o ensino da matemática*. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, 1993. (Dissertação de Mestrado.)
- SOUZA JR. ARLINDO, J. S. *Trabalho coletivo na universidade: trajetória de um grupo no processo de ensinar e aprender cálculo diferencial e integral*. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 2000. (Tese de Doutorado.)
- STRAUSS, A. *Qualitative analysis for social scientists*. Cambridge University Press, 1987.
- TALL, D. *Advanced Mathematical Thinking*. London: Kluwer Academic Publishers, 1991.
- TIROSI, D. The role of student's intuitions of infinity in teaching Cantorian Theory. In: TALL, D. (ed). *Advanced Mathematical Thinking*. London: Kluwer Academic Publishers, 1991.
- TALL, D. The notion of infinite measuring numbers and its relevance in the intuition of infinity. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 271-174, 1980.
- TALL, D.; VINNER, S. Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151-169, 1981.
- VAN HIELE, P. *Structure and insight*. Orlando, FL: Academic Press, 1986.
- VERGNAUD, G. La théorie de champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 10 (3), 133-170, 1990.
- VIANNA, C. S. *Students' understanding of the fundamental theorem of calculus*. Ph. D. Thesis. University of London, Inglaterra, 1998.