

Sistema de coordenadas planas e projeção cartográfica para a representação da área territorial completa de Minas Gerais

Marcos Antonio Timbó Elmiro
Prof Associado Departamento de Cartografia, IGC/UFMG
Marcelo Antonio Nero
Prof Adjunto Departamento de Cartografia, IGC/UFMG
Debora Joana Dutra
Mestrado em Análise e Modelagem de Sistemas Ambientais,
IGC/UFMG
Evandro Luis Rodrigues
Análise e Modelagem de Sistemas Ambientais, IGC/UFMG
André Ferreira Borges
Análise e Modelagem de Sistemas Ambientais, IGC/UFMG

Resumo

A projeção cartográfica é uma transformação matemática que permite a representação da superfície curva da Terra por meio de modelos planificados como os mapas, as cartas e as plantas. A projeção adotada no Sistema Cartográfico Brasileiro gerido pelo IBGE é o sistema Universal Transverso de Mercator (UTM). O Estado de Minas Gerais compreende uma extensa área territorial abrangendo cerca de onze graus de longitude por nove de latitude. Essa amplitude impede a representação do território completo no sistema UTM, para o qual um fuso parcial limita-se a seis graus de longitude. Para a representação cartográfica do território completo de Minas Gerais têm sido utilizados diferentes sistemas, alguns dos quais inapropriados. Com a popularização dos Sistemas de Informações Geográficas vem crescendo o emprego de mapas digitais e a disponibilidade de dados geográficos. Assim, é importante propor um sistema de coordenadas planas e uma projeção cartográfica apropriada para representação territorial do Estado de Minas Gerais em fuso único, baseado em estudos científicos mais elaborados. Este trabalho desenvolve um estudo que aponta a projeção Cônica Conforme de Lambert, com dois paralelos padrões, como sendo um sistema apropriado para a representação territorial completa do Estado de Minas Gerais. São avaliadas propriedades e distorções em diferentes regiões, propõe-se um sistema padronizado de coordenadas e indica-se a melhor localização dos paralelos padrões para a projeção adotada.

Palavras chaves: Projeção cartográfica, deformações de escala, conformidade.

Abstract

Map projection is a transformation for converting measurements taken from the curve earth surface model into flat map surface model. The UTM projection, adopted for Brazilian official mapping, has been largely used for mapping all over the country. The state of Minas Gerais encompasses a wide geographic extension stretching for about eleven degrees in longitude by nine degrees in latitude. Because of its large shape the complete territorial area can not be mapped by UTM projection which zones are limited to six degrees in longitude. Up to now, the whole state of Minas Gerais has been mapped by using several types of projections, but some of those are inappropriate. The development of digital cartography and GIS popularization are greatly increasing the use of maps and the availability of digital geographic data. Therefore it is now the proper moment to suggest a state plane coordinate system and a map projection capable of mapping the complete territory of Minas Gerais. Thus, this paper developed a study that indicates the Lambert Conformal Conic projection with two standard parallels as the best one for mapping Minas Gerais entirely. The study evaluates distortions in different geographic positions, suggests a mapping plane coordinate system and indicates the best position for Lambert projection standard parallels.

Keywords: Map projection, scale distortion, conformity

mtimbo@ufmg.br
marcelo-nero@ufmg.br
deborajoana11@gmail.com
bioecologia@yahoo.com.br
andreborges2005@yahoo.com.br

Introdução

A projeção cartográfica é um recurso matemático utilizado, desde os primórdios da história da cartografia, para permitir a representação da superfície curva do planeta por meio de mapas, cartas e plantas que são superfícies essencialmente planas. O sistema de projeção Universal Transversa de Mercator (UTM), por ter sido adotado no Sistema Cartográfico Nacional (SCN), desde a segunda metade do século XX, tornou-se bastante conhecido e por essa razão vem sendo largamente empregado no Brasil como suporte para representação do território de uma forma geral.

O Estado de Minas Gerais compreende uma área geográfica que se estende por cerca de onze graus em longitude e nove graus em latitude. Devido a essa ampla extensão territorial em longitude, o estado não pode ser representado, por inteiro, em fuso único, com o suporte do sistema UTM, cuja aplicação está limitada, por definição, a fusos parciais de seis graus de amplitude em longitude. Para a representação cartográfica do Estado de Minas Gerais, na totalidade do seu território, em uma única folha de mapa, tem sido comum o uso de outras projeções, como a Policônica. Todavia, não foram encontrados, na literatura cartográfica, embasamentos teóricos suficientemente consistentes para justificar a adoção da projeção Policônica neste propósito. De fato, alguns relatos da literatura atribuem a este sistema distorções superiores a outras projeções, quando consideradas condições similares de aplicação (OLIVEIRA, 1993; ROBINSON et al., 1995; FENNA, 2007). Vale destacar também trabalhos realizados por Nero et al (2005), Santos et al (2009), Borges et al (2015), Borges et al (2016), entre outros.

A adoção de padrões garante a compatibilidade entre processos, simplifica o intercâmbio de dados, economiza tempo de conversão, além de trazer outros benefícios. Na área de geoprocessamento, a padronização representa melhoria da qualidade dos dados e das análises decorrentes dos processamentos. Além de evitar erros, contribui para a redução de custos de conversão e melhor produtividade. Atualmente, ambientes padronizados são especialmente importantes porque os pesquisadores e usuários atuantes em mapeamentos territoriais se deparam com grandes volumes de dados produzidos maciçamente com a incorporação das novas tecnologias. O uso cada vez mais intensivo de mapas digitais nas instituições públicas e privadas associado à expansão de fornecedores de dados geográficos e mapas digitais também apontam para a necessidade de adotar padrões (GOTTFRIED, 2003). Vale destacar, adicionalmente, esse conceito de padronização, que tem grande destaque, sendo amplamente discutido na INDE (Infraestrutura Nacional de Dados Espaciais, tal como em CONCAR (2011, 2016) e DCT/DSG (2016)), a qual tem bases conceituais na ISO (*International Organization for Standardization* – Organização Internacional para Padronização), que remete à diversas referências (ISO, 1995, 1998, 2002, 2003a, 2003b, 2005, 2006, 2007, 2013, 2014).

Com base nessas premissas o presente estudo propõe a adoção de um sistema de coordenadas e de uma projeção cartográfica adequados para a representação territorial completa do Estado de Minas Gerais. A escolha deve ser embasada em critérios fundamentados, portanto, o trabalho realizou um estudo comparativo de distorções entre diferentes sistemas de projeções em diferentes regiões geográficas do Estado. O resultado apontou a projeção Cônica Conforme de Lambert com dois paralelos padrões como sendo a mais apropriada para a representação do Estado de Minas Gerais na sua totalidade territorial, ou seja, em uma única folha de mapa ou carta. Para completar o processo foi proposto um sistema

padronizado de coordenadas planas para a projeção Cônica Conforme de Lambert associado a um paralelo e um meridiano geográfico de origem. Os ensaios do estudo definiram também a melhor localização geográfica dos dois paralelos padrões da projeção Lambert. O sistema proposto já tem sido adotado por pesquisadores que desenvolvem projetos com informações geográficas de abrangência estadual para implementar seus bancos de dados geográficos e elaborar projetos de Sistemas de Informações Geográficas (SIG). Espera-se que o estudo contribua para uma discussão mais consistente sobre a adoção de padrões cartográficos no estado.

Importância das projeções na representação cartográfica

As projeções cartográficas são uma necessidade inerente na representação de dados geográficos devido à impossibilidade de transformar uma superfície esférica ou elipsoidal (modelo global da Terra) em um plano (modelo dos mapas) sem provocar rupturas, estiramentos, dobras e outras deformações imprevisíveis, fora do controle do analista de dados cartográficos (ROBINSON et al., 1995; FENNA, 2007). Mesmo com o advento dos computadores e da disseminação dos SIG, que são capazes de modelar formas fisicamente complexas e de recuperar informações com bastante exatidão, a representação plana da Terra, herdada dos mapas analógicos tradicionais, ainda é predominantemente utilizada, apresentando muitas vantagens sobre outras formas de representação (GHILANI e WOLF, 2008).

Existe uma vasta quantidade de tipos de projeções cartográficas com diferentes características para diferentes aplicações. Em linhas gerais, um sistema de projeção cartográfica consiste de uma transformação matemática executada sobre os pontos da superfície curva terrestre, de forma a representá-los sobre uma superfície plana provocando um mínimo de deformações em certos aspectos específicos como áreas, formas, comprimentos, azimutes e direções (OLIVEIRA, 1993; BUGAYEVSKIY e SNYDER, 1995). O modelo matemático teórico da Terra que mais se aproxima do modelo físico é um elipsóide de revolução, que pode ser simplificado para uma esfera em alguns casos. As superfícies matemáticas de projeção podem ser os planos, cilindros ou cones, que podem, por sua vez, serem secantes ou tangentes à superfície elipsóidica do modelo. Essas questões dependem das propriedades originais que se deseja conservar ou realçar na transformação para o plano (GRAFAREND e KRUM, 2006).

A forma projetada (plana) de representação da Terra apresenta muitas vantagens sobre a forma elipsóidica. Entretanto, qualquer tipo de projeção de uma superfície curva sobre um plano provoca algumas alterações nos comprimentos, nas formas ou nas áreas dos elementos originais. Um sistema capaz de conservar algum destes atributos (por exemplo, as distâncias), forçosamente deformará os demais (áreas, formas, ângulos ou direções). Não existe um sistema de projeção ideal e perfeito que conserve todos os elementos originais na sua verdadeira grandeza. O sistema de projeção escolhido será apenas a melhor forma de representação visando um objetivo determinado. Entretanto, a grande vantagem do método é que as deformações decorrem de relações matemáticas determinísticas e, portanto, são previsíveis, controláveis e recuperáveis quando for necessário usar o valor verdadeiro da grandeza terrestre (FENNA, 2007).

A transformação de posições terrestres para o plano de projeção requer o estabelecimento de sistemas de coordenadas que garantam a correspondência nas duas superfícies. As coordenadas no modelo elipsóidico da Terra são expressas em

termos de latitudes e longitudes geodésicas. As coordenadas no plano de projeção são expressas em um sistema cartesiano, usualmente com o eixo X das abscissas com orientação positiva apontando para Este (E) e o eixo Y das ordenadas de orientação positiva para Norte (N). A relação entre as coordenadas elipsóidicas e as coordenadas no plano do mapa são dadas pela formulação matemática da projeção que é característica de cada sistema em particular (GHILANI e WOLF, 2006).

Projeções com ênfase na precisão da representação das feições em mapas

Quando se trata da representação posicionalmente precisa das feições da superfície terrestre em relação às suas localizações originais, de forma a manter a similaridade com o terreno, as projeções preferidas e efetivamente mais aplicadas são àquelas que produzem as distorções mínimas dentro da extensão territorial de interesse a ser mapeada. A busca dessa característica reduz a escolha a um pequeno grupo de tipos de projeções que conservam a verdadeira grandeza dos ângulos transformados, mantendo também as formas das pequenas áreas (conformidade). As mais conhecidas na literatura são: Transversa de Mercator, Universal Transversa de Mercator, Cônica Conforme de Lambert e a projeção Cassini-Soldner aplicada a áreas pequenas e estreitas (RICHARDUS e ADLER, 1972; GHILANI e WOLF, 2008; SNYDER, 1987). Para um embasamento mais adequado da questão abordada neste trabalho segue-se uma breve descrição das propriedades mais importantes de algumas projeções diretamente envolvidas na presente pesquisa.

Projeção Transversa de Mercator - A projeção Transversa de Mercator (TM) corresponde à projeção de Mercator submetida a uma rotação de 90 graus. Entretanto, como o cilindro de projeção foi rotacionado, ele passa a ser tangente a um meridiano e sua seção não é mais circular, passando a ser uma elipse, implicando em maior complexidade no tratamento matemático. A Projeção TM foi criada por Johann Heinrich Lambert em 1772, analiticamente deduzida por Carl Friedrich Gauss, 50 anos mais tarde e teve suas fórmulas de cálculos aperfeiçoadas por L Kruger em 1912. Assim, é muito conhecida pelo nome de projeção Gauss-Kruger (OLIVEIRA, 1993; SNYDER, 1987). A projeção TM, mediante modificações adequadas, tem servido de base para derivar outras projeções muito úteis como é o caso do sistema UTM. O sistema UTM é uma modificação da projeção TM (Gauss-Kruger) que adota um cilindro de projeção secante, com parâmetros rigorosamente padronizados para uso mundial. Outras modificações da projeção TM têm sido criadas, de forma a proporcionar uma flexibilidade que permite adaptar o sistema à situação local da Terra. Adicionalmente, este último altera a abrangência geográfica do fuso, introduzindo linhas de secância e variando o afastamento dessas linhas, de forma que a representação plana possa ser tão próxima da realidade quanto um sistema topográfico local (descritos com detalhe em ABNT, 1998), em uma pequena extensão territorial. É o caso do sistema SPCS (State Plane Coordinate System) que usa variações da projeção TM para o sistema de coordenadas planas de vários estados norte-americanos (EUA) que possuem suas extensões maiores no sentido Norte-Sul que Leste-Oeste (DAVIS et al, 1983; SNYDER, 1987). Outras variações conhecidas da projeção TM são os sistemas Regional Transverso de Mercator (RTM) e Local Transverso de Mercator (LTM). Estes conservam o modelo plano de representação muito próximo do modelo elipsoidal.

Projeção Universal Transversa de Mercator - A projeção UTM tem sua origem na Projeção TM, ou seja, sua formulação é baseada nos mesmos princípios matemáticos e projetivos. Entretanto, o sistema TM original é tangente

à superfície de projeção enquanto o sistema UTM é secante. Assim, algumas modificações conceituais e de especificação foram introduzidas para permitir parâmetros padronizados para todo o globo terrestre (RICHARDUS e ADLER, 1972). A projeção UTM foi adotada oficialmente para o Sistema Cartográfico Nacional (SCN) do Brasil, ocorrendo o mesmo em muitos outros países. Foi recomendada pela União de Geodésia e Geofísica Internacional (UGGI) para uso mundial com as principais especificações detalhadas adiante.

A superfície de projeção é um cilindro cujo eixo é perpendicular ao eixo polar terrestre. É uma projeção do tipo conforme que mantém a verdadeira grandeza dos ângulos e a forma das pequenas áreas. O cilindro de projeção é secante ao elipsóide de revolução, segundo dois círculos paralelos ao meridiano central, ao longo dos quais não ocorrem deformações de projeção (coeficiente de escala $(K) = 1$). As áreas entre os círculos de secância sofrem reduções de escala ($K < 1$), enquanto as áreas fora dos círculos de secância apresentam escalas ampliadas ($K > 1$). Desta forma, permite-se que as distorções de escala sejam bem distribuídas ao longo do fuso de 6° .

O elipsóide terrestre é dividido em 60 fusos parciais com 6° de amplitude, em longitude, cada um. Em latitudes, o sistema é limitado pelos paralelos 80° Sul e 84° Norte. O coeficiente de redução máxima ocorre ao longo do meridiano central (MC) de cada fuso, apresentando o valor constante $K_0 = 0,9996$, ou seja, redução de 1 metro no modelo de representação para cada 2500 metros verdadeiros.

O Equador é representado por uma linha reta no sentido Leste-Oeste, o Meridiano Central por uma linha reta no sentido Norte-Sul, os paralelos são curvas complexas de concavidade voltada para os pólos e os meridianos são curvas complexas de concavidade voltadas para o MC.

As coordenadas planas são designadas pelas letras E e N, acompanhadas do número do fuso e do hemisfério terrestre. A origem do sistema de coordenadas é formada pelo meridiano central do fuso (eixo Y) que tem valor $E = 500.000,00$ m, e pelo Equador (eixo X) que tem valor $N = 0,00$ m, para coordenadas no hemisfério Norte e valor $N = 10.000.000,00$ m, para coordenadas no hemisfério Sul. O coeficiente de deformação linear de escala (K) em um ponto qualquer é dado, em primeira aproximação, pela Equação 1.

$$K = K_0 (1 + x^2/2R^2) \quad (1)$$

onde x é o afastamento do ponto ao MC e R o raio médio da Terra no ponto considerado. A Convergência dos Meridianos (C) em um ponto qualquer é dada, em primeira aproximação, pela Equação 2.

$$C = (\lambda - \lambda_{MC}) \text{ Sen.}\phi \quad (2)$$

onde λ é a longitude, λ_{MC} a longitude do MC e ϕ a latitude.

Projeção Cônica Conforme de Lambert com dois paralelos padrões

- A projeção Cônica Conforme de Lambert com dois paralelos padrões, assim como a projeção UTM, tem sido aceita e usada nos trabalhos cartográficos que requerem uma representação fidedigna das feições transformadas em relação aos seus aspectos originais, mantendo características próximas de sistemas topográficos locais na representação de pequenas áreas. Pode-se dizer que os sistemas locais projetados diretamente no plano topográfico conservam, para áreas pequenas, as propriedades

de equidistância, equivalência e conformidade com bastante aproximação. Suas características básicas são resumidas na sequência do texto.

A superfície de projeção é um cone de eixo coincidente com eixo de rotação do elipsóide terrestre. Os paralelos são círculos concêntricos de espaçamento desigual e menor no centro do mapa. Os meridianos são raios de círculos igualmente espaçados que cruzam os paralelos em ângulos retos. São adotados dois paralelos de secância com objetivo de distribuir melhor as distorções de escala ao longo de toda a área de cobertura. A escolha ideal da localização dos paralelos de secância pode ser apoiada em diferentes critérios como os propostos por Kavrajski e Airy (GRAFAREND e KRUM, 2006). Outros métodos baseados no balanço das distorções podem ser usados. A Carta Internacional ao Milionésimo, que é representada na projeção de Cônica Conforme de Lambert, com dois paralelos padrões desde 1962, adota a localização dos paralelos padrões a 1/6 dos paralelos extremos da área mapeada. Nessa projeção as transformadas dos meridianos são linhas retas que convergem para o vértice do cone e as transformadas dos paralelos são círculos concêntricos, com o centro comum no vértice do cone.

Não existem distorções ao longo dos paralelos de secância ($K=1$). As áreas entre os paralelos de secância sofrem reduções de escala ($K<1$), enquanto as áreas fora dos paralelos de secância apresentam escalas ampliadas ($K>1$). Desta forma, permite-se que as distorções de escala sejam distribuídas ao longo da área a ser mapeada. Além da propriedade de conformidade, os erros lineares e de áreas são pequenos, chegando a valores máximos de 1%, quando se escolhem adequadamente os paralelos padrões em função do equilíbrio das distorções. Como as deformações dependem somente da latitude, a projeção cônica conforme de Lambert com dois paralelos padrões é especialmente apropriada para áreas onde predomina a maior extensão na direção Leste-Oeste (RICHARDUS e ADLER, 1972). Apesar das aplicações a nível global como na Carta Internacional ao Milionésimo (CIM) não existe associado a ela um sistema de coordenadas planas padronizado como ocorre na projeção UTM (ROBINSON et al., 1995). Na definição do sistema cartesiano, geralmente escolhe-se um meridiano e um paralelo de origem para as coordenadas aos quais são atribuídos valores Falso Este (FE) e Falso Norte (FN) suficientemente grandes para evitar coordenadas negativas.

Projeção Policônica - A projeção Policônica entra na discussão porque vários mapas estaduais de Minas Gerais já foram produzidos neste sistema. Entretanto, vários trabalhos mostram que ela apresenta distorções de escala, de área e de azimutes geralmente maiores que as projeções cônica conforme de Lambert, TM e suas derivadas (OLIVEIRA, 1993; GRAFAREND e KRUM, 2006). A Policônica é uma projeção polisuperficial onde a superfície terrestre é projetada em diversos cones tangentes ao elipsóide em diferentes paralelos. Esta variedade de cones provoca uma distorção que cresce bastante com o afastamento a partir do meridiano central, tornando-a particularmente imprópria para áreas que se desenvolvem no sentido Leste-Oeste. Não conserva as propriedades de conformidade (verdadeira grandeza dos ângulos) nem as de equivalência (verdadeira grandeza das áreas). A escala somente se mantém sem distorções lineares ao longo de cada paralelo e no meridiano central. Próximo ao meridiano central todas as distorções são pequenas, porém afastando-se do meridiano central os demais meridianos vão sendo esticados a fim de cruzar cada paralelo na posição certa. Essa projeção foi utilizada no Brasil e no Estado de Minas Gerais devido à existência de tabelas completas para sua construção (OLIVEIRA, 1993). A projeção policônica, do ponto de vista das deformações, não é a melhor escolha para aplicação no Estado de Minas Gerais,

que tem extensão territorial mais estendida no sentido Leste-Oeste. Até 1962 foi utilizada na Carta Internacional ao Milionésimo (CIM), mas foi substituída pela projeção Cônica Conforme de Lambert com dois paralelos padrão, se mostrando mais apropriada. Foi substituída por outras projeções em mapas dos Estados Unidos da América (EUA). Além disso, foi utilizada em algumas séries cartográficas nas escalas 1:250.000 a 1:10.000.000 do IBGE. Mais detalhes da projeção Policônica podem ser vistos em Snyder (1987).

Metodologia

Algumas áreas de aplicação possivelmente, possuem interesse em uma faixa mais ampla de projeções a fim de obter os efeitos mais desejados para representação de seus diferentes tipos de estudos e objetivos. Já os cartógrafos, agrimensores e outros profissionais da engenharia estão, primordialmente, interessados nas representações do espaço onde hajam as menores distorções devidas à projeção na área de cobertura, principalmente quando estão envolvidos projetos que requerem representação precisa das feições transformadas em relação aos seus aspectos originais. Comparável, por exemplo, ao que ocorre na representação do terreno em sistemas topográficos locais, para pequenas áreas, usados em trabalhos topográficos e obras de engenharia. A busca desse aspecto implica na escolha de algumas projeções que preservam os ângulos e as formas das pequenas áreas (conformidade), reduzindo bastante o universo de centenas de projeções existentes. Considerando este enfoque principal para aplicação no presente estudo, o interesse recai sobre as projeções TM e algumas de suas derivadas (UTM, RTM, LTM), a projeção Cônica Conforme de Lambert e a projeção Cassini-Soldner (RICHARDUS e ADLER, 1972). A projeção Policônica, apesar de seu uso no passado e algumas raras aplicações no presente, não é considerada adequada pelas razões já discutidas, principalmente, por que a região de estudo tem sua maior extensão na direção Leste-Oeste.

A literatura apresenta métodos matemáticos para encontrar projeções ideais em função da área de abrangência, além de outras variáveis como os critérios ideais de Airy e de Kavrajski (GRAFAREND e KRUM, 2006). O método empregado na presente pesquisa, abrangendo a extensão do território de Minas Gerais, foi fundamentado na avaliação das deformações locais em uma malha de pontos de testes em locais consistentes e foi concentrado na análise comparativa de variações da projeção Transversa de Mercator e da projeção Cônica Conforme de Lambert com dois paralelos padrão. As formulações completas características destas projeções estão disponíveis na literatura cartográfica (SNYDER, 1987; MALING, 1992; DAVIS et al., 1983; ROBINSON et al., 1995; FENNA, 2007) e foram implementadas com o suporte dos ambientes de programação ENVI/IDL. Variações iterativas dos parâmetros dessas projeções, associadas a comparações das magnitudes das deformações produzidas a cada iteração, considerando diferentes posições geográficas do território do estado foram realizadas para concluir sobre o melhor sistema a ser adotado.

O Estado de Minas Gerais é limitado aproximadamente pelos paralelos 14° Sul e 23° Sul e pelos meridianos 40° Oeste e 51° Oeste, resultando em amplitudes de cerca de onze graus em longitude e nove graus em latitude. Segundo Oliveira (1993) uma das propriedades importantes da projeção cônica conforme de Lambert com dois paralelos padrões é sua adequação para representação de regiões estendidas predominantemente em longitude. Já algumas variantes da

projeção TM (Gauss-Kruger) possuem essa adequação para regiões mais estendidas em latitude. Essa característica poderia representar um ponto de vantagem para a projeção Lambert sobre a projeção TM no presente estudo. Porém, como a diferença de latitudes e longitudes é de apenas dois graus, foram feitos os vários ensaios iterativos, comparando resultados a cada passo, para se chegar a conclusões consistentes. Os ensaios indicaram para o Meridiano Central 45° Oeste de Greenwich, aproximadamente na média das longitudes extremas da área territorial de Minas Gerais. Foi atribuída a denominação MGTM (Minas Gerais Transversa de Mercator) para a melhor adaptação da projeção TM resultante dos ensaios iterativos com a variação dos parâmetros (correspondente à minimização das deformações). De forma análoga, à melhor instância da projeção Cônica Conforme de Lambert com dois paralelos padrões atribuiu-se a denominação de MGCCL (Minas Gerais Cônica Conforme de Lambert). Os parâmetros, características e demais detalhes desses dois sistemas escolhidos são apresentados na seção de Resultados e Discussões deste trabalho. As posições geográficas para testes das deformações, inconsistências e comparação de resultados foram escolhidos em regiões estratégicas visando destacar os casos críticos, e são apresentadas na Tabela 1 com as denominações e localizações geográficas dos pontos de avaliação.

Tabela 1 – Posições geográficas dos pontos de teste.

Ponto	Latitude	Longitude
A	-14° 00'	-51° 00'
B	-14° 00'	-40° 00'
C	-23° 00'	-51° 00'
D	-23° 00'	-40° 00'
M	-14° 00'	-48° 14'
N	-23° 00'	-48° 14'
O	-14° 00'	-41° 46'
P	-23° 00'	-41° 46'
1	-14° 00'	-45° 00'
2	-23° 00'	-45° 00'
3	-15° 30'	-51° 00'
4	-15° 30'	-40° 00'
5	-18° 30'	-51° 00'
6	-18° 30'	-40° 00'
7	-21° 30'	-51° 00'
8	-21° 30'	-40° 00'

Os pontos apresentados na Tabela 1 são: (A) Canto superior esquerdo do mapa; (B) Canto superior direito do mapa; (C) Canto inferior esquerdo do mapa; (D) Canto inferior direito do mapa; (M) Extremo norte da linha secante a oeste do MC da MGTM; (N) Extremo sul da linha secante a oeste do MC da MGTM; (O) Extremo norte da linha secante a este do MC da MGTM; (P) Extremo sul da linha secante a este do MC da MGTM; (1) Extremo norte do meridiano central comum à MGTM e MGCCL; (2) Extremo sul do meridiano central comum à MGTM e MGCCL; (3) Oeste do paralelo padrão superior MGCCL; (4) Leste do paralelo padrão superior MGCCL; (5) Oeste do Paralelo central; (6) Leste

do Paralelo central; (7) Oeste do paralelo padrão inferior MGCCL; (8) Leste do paralelo padrão inferior MGCCL. As Figuras 1 e 2 mostram o contorno territorial de Minas Gerais nas projeções GMTM e MGCCL, respectivamente, ilustrando as localizações geográficas dos pontos de testes escolhidos nos locais estratégicos para destaque dos casos mais críticos. Devido à escala muito reduzida das Figuras 1 e 2, praticamente não se observam diferenças, entretanto, elas serão mostradas nos resultados e discussões.

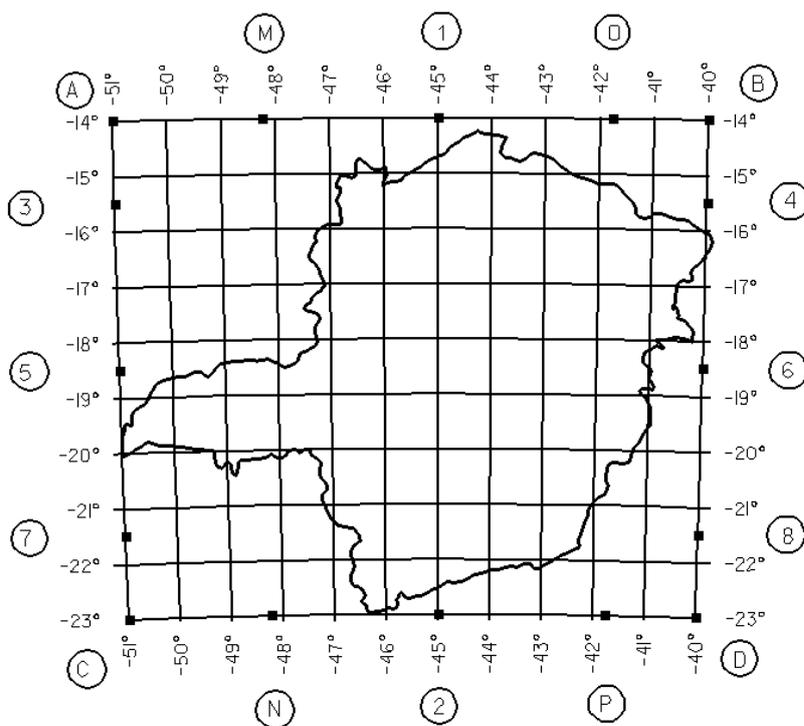


Figura 1 – Contorno de Minas Gerais na projeção GMTM com as posições dos pontos de testes.

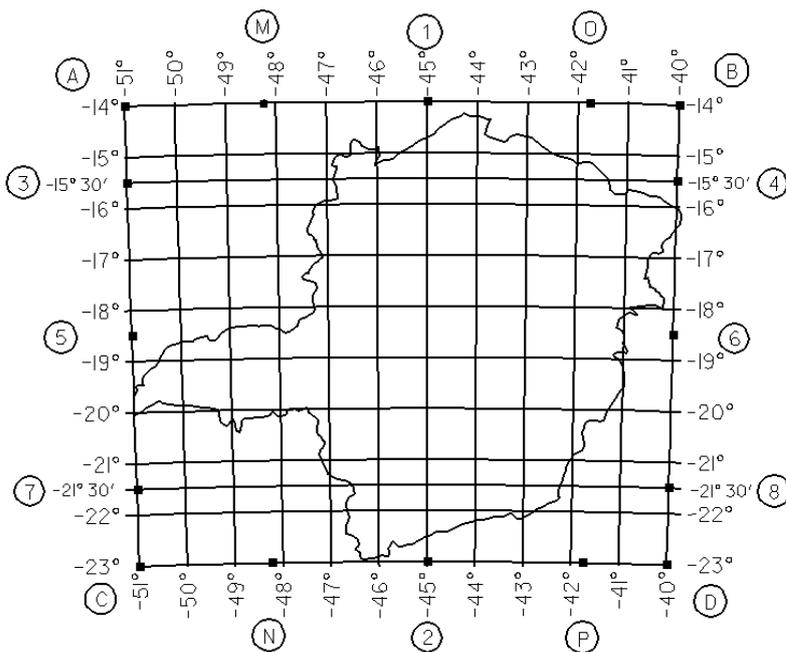


Figura 2 – Contorno de Minas Gerais na projeção MGCCL com as posições dos pontos de testes.

O Sistema Geodésico de Referência (SGR) utilizado para apresentação dos resultados do trabalho foi o SIRGAS2000, que adota o elipsóide de referência SGR80 com semieixo maior 6.378.137,0 m e semieixo menor 6.356752,3 m. As duas projeções em estudo possuem a propriedade de conformidade, não deformam os ângulos, mantendo as formas das pequenas áreas (OLIVEIRA, 1993). Assim, os testes realizados abordaram medidas de comprimentos, coeficientes de deformação linear de escala (K) e convergência dos meridianos (C) cujos resultados são apresentados e discutidos na seção de Resultados e Discussões. A formulação utilizada no cálculo destas grandezas usadas para comparação é de ampla disponibilidade na literatura de referência.

As coordenadas planas E e N nos sistemas da projeção MGTM e MGCCL são calculadas com base nas relações apresentadas em Richardus e Adler (1972) e Krakiwsky (1973). A distância geodésica é calculada pela solução do Problema Geodésico Inverso, a partir das coordenadas geodésicas com base nas formulações apresentadas em Krakiwsky e Thomson (1974). O fator de escala na projeção MGTM é dado pela formulação da projeção TM (Gauss-Kruger) adaptada ao caso em estudo com introdução das modificações adequadas, conforme estudos de Richardus e Adler (1972) e Krakiwsky (1973). O fator de escala na projeção MGCCL foi obtido pela formulação da Projeção Cônica Conforme de Lambert com dois paralelos padrões, de acordo com Richardus e Adler (1972) e Krakiwsky (1973). A convergência meridiana na projeção MGTM é dada pela formulação da projeção TM adaptada para a variante do caso em estudo, de acordo com Snyder (1987). A convergência meridiana na projeção MGCCL foi obtida pela formulação da Projeção Cônica Conforme de Lambert com dois paralelos padrões, em conformidade com o trabalho de Snyder (1987). A distância no plano da projeção, tanto na MGTM quanto na MGCCL é dada pela aplicação direta do teorema de Pitágoras a partir das coordenadas planas, E e N, tendo em vista que os planos das projeções são espaços cartesianos (ROBINSON et al., 1995; DAVIS et al., 1983; FENNA, 2007). O erro percentual é dado em função da diferença apresentada entre a distância geodésica e a distância no plano da projeção.

Resultados e discussões

As Tabelas 2 e 3 apresentam os resultados referentes aos dois casos escolhidos considerando diferentes iterações testadas na fase de variação e calibração de parâmetros, ou seja, correspondentes à minimização das deformações ao longo da extensão territorial.

Tabela 2 – Medidas testadas na projeção Minas Gerais Transversa de Mercator (MGTM)

Lado	K_1	C_1 (graus)	K_2	C_2 (graus)	Distância Geodésica (m)	Distância na Projeção(m)	Diferença. (m)DGeo-DProj	Erro Percentual
A-B	1,0038	1,46	1,0022	-1,21	1188271,01	1188380,60	-109,59	0,009%
C-D	1,0033	2,35	1,0019	-1,96	1127486,82	1127420,67	66,15	0,006%
A-C	1,0038	1,46	1,0033	2,35	996195,39	999735,23	-3539,84	0,35%
B-D	1,0022	-1,21	1,0019	-1,96	996195,39	998223,53	-2028,14	0,2%
A-D	1,0038	1,46	1,0019	-1,96	1528945,20	1529015,70	-70,5	0,005%
1-2	0,9986	0,00	0,9986	0,00	996195,39	994800,72	1394,67	0,14%
3-4	1,0037	1,61	1,0022	-1,34	1180135,90	1180220,34	-84,44	0,007%
5-6	1,0036	1,91	1,0021	-1,59	1161451,50	1161480,11	-28,61	0,002%
7-8	1,0034	2,21	1,0019	-1,84	1139590,54	1139557,22	33,32	0,003%
1-7	0,9986	0,00	1,0034	2,21	1045549,20	1045752,59	-203,39	0,02%
3-8	1,0037	1,61	1,0019	-1,84	1337305,57	1337359,25	-53,68	0,004%
M-N	1,0001	0,78	1,0000	1,26	996195,39	996229,89	-34,5	0,003%
O-P	1,0001	-0,78	1,0000	-1,26	996195,39	996229,89	-34,5	0,003%

Tabela 3 – Medidas testadas na projeção Minas Gerais Cônica Conforme de Lambert (MGCCL)

Lado	K_1	C_1 (graus)	K_2	C_2 (graus)	Distância Geodésica (m)	Distância na Projeção (m)	Diferença.(m) DGeo-DProj	Erro Pcentageal
A-B	1,0017	1,9	1,0017	-1,59	1188271,01	1190204,88	-1933,87	-0,16%
C-D	1,0017	1,9	1,0017	-1,59	1127486,82	1129520,22	-2033,40	-0,18%
A-C	1,0017	1,9	1,0017	1,9	996195,39	995856,56	338,83	0,03%
B-D	1,0017	-1,59	1,0017	-1,59	996195,39	995856,57	338,82	0,03%
A-D	1,0017	1,9	1,0017	-1,59	1528945,20	1528427,52	517,68	0,03%
1-2	1,0017	0,0	1,0017	0,0	996195,39	995856,57	338,82	0,03%
3-4	1,0000	1,9	1,0000	-1,59	1180135,90	1180083,13	53,77	0,004%
5-6	0,9986	1,9	0,9986	-1,59	1161451,50	1159869,73	1581,77	0,14%
7-8	1,0000	1,9	1,0000	-1,59	1139590,54	1139650,01	-59,47	-0,005%
1-7	1,0017	0,0	1,0000	1,9	1045549,20	1044951,02	598,18	0,06%
3-8	1,0000	1,9	1,0000	-1,59	1337305,57	1336091,95	1213,62	0,09%
M-N	1,0017	1,03	1,0017	1,03	996195,39	995856,57	338,82	0,03%
O-P	1,0017	-1,03	1,0017	-1,03	996195,39	995856,57	338,82	0,03%

Nas Tabelas 2 e 3 os valores K_1 , K_2 , C_1 , C_2 , são, respectivamente, os coeficientes de deformação linear de escala (fator de escala K) e a convergência dos meridianos (C), no ponto de início e no ponto final de cada lado considerado. DGeo-DProj refere-se à diferença entre as distâncias geodésicas e as distâncias no plano da projeção para cada lado considerado. Os dados apresentados na Tabela 1 referem-se à projeção MGTM, a qual corresponde ao melhor caso de estudo da

projeção Transversa de Mercator para Minas Gerais, escolhido dentre as várias iterações testadas no processo de calibração de parâmetros. Suas características resultantes são: fator de escala no meridiano central (K_0) = 0,9986, correspondente à redução máxima de cerca de 1 metro para cada 1500 metros. As linhas de secância do cilindro de projeção estão localizadas a cerca de $3^\circ 14'$ de cada lado do meridiano central onde não há reduções nem ampliações. Estes parâmetros fornecem o melhor compromisso entre ampliações e reduções de escala (fator K) ao longo da extensão territorial total do estado. A Latitude de Origem é o Equador com Falso Norte de 10.000.000,00 m e a Longitude de Origem é o meridiano central de 45° Oeste de Greenwich com Falso Este de 5.000.000,00 m. Estes valores evitam coordenadas negativas no sistema que geram inconvenientes práticos no trabalho.

Os dados da Tabela 2 referem-se à projeção MGCCL que corresponde ao melhor caso de estudo da projeção Cônica Conforme de Lambert com dois paralelos padrões para Minas Gerais, escolhido dentre as várias iterações testadas no processo de calibração de parâmetros. Suas características são: Latitude de Origem 0° (Equador) com Falso Norte de 10.000.000,00 m. Longitude de Origem (meridiano central) 45° Oeste de Greenwich com Falso Este de 5.000.000,00 m. Paralelos padrões, onde a escala é verdadeira, posicionados a cerca de $1/6$ dos extremos Norte e Sul do estado, sendo a latitude do paralelo superior (Norte) = $15^\circ 30' S$ e a latitude do paralelo inferior (Sul) = $21^\circ 30' S$. O fator de escala K no paralelo central tem o valor 0,9986 correspondente à redução máxima de cerca de 1 metro para cada 1500 metros. O sistema geodésico utilizado é o SIRGAS 2000, adotado para o Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) desde 25 de fevereiro de 2005.

Da análise das Tabelas 1 e 2 é possível depreender que os piores casos ocorrem nas medidas lineares ao longo dos meridianos extremos e ao longo do meridiano central da projeção GMTM. Enquanto na projeção MGCCL os casos mais críticos ocorrem ao longo dos paralelos extremos e o do paralelo médio. Observa-se, porém, que os casos mais críticos da projeção MGCCL apresentam erros e distorções menores do que os casos críticos da projeção GMTM. Podem ser destacadas a seguir algumas observações que realçam as diferenças e sugerem a projeção MGCCL como mais apropriada para este caso particular do Estado de Minas Gerais.

Os fatores de escala (K) são mais próximos da unidade na projeção MGCCL atingindo o máximo de 1,0017 nos paralelos extremos (correspondente à ampliação de cerca de 1 metro para cada 600 metros), enquanto na projeção GMTM o fator K atinge 1,0038 no meridiano extremo oeste (correspondente à ampliação de cerca de 1 metro para cada 250 metros).

A convergência dos meridianos (C), que fornece uma idéia geral da qualidade dos azimutes e direções, atinge um valor máximo de $1,9^\circ$ na projeção MGCCL enquanto na projeção GMTM chega a $2,35^\circ$.

Os erros percentuais testados em distâncias de diferentes extensões e orientações geográficas atingiram o máximo de 0,18% na projeção MGCCL ao passo que na projeção GMTM chegaram a 0,35% ao longo dos meridianos extremos. Assim, estes resultados permitem concluir que a projeção MGCCL oferece as menores distorções em quase todos os aspectos testados para representação cartográfica do Estado de Minas Gerais em fuso único.

Como a maior parte do Estado de Minas Gerais está contida no fuso parcial 23 do sistema da projeção UTM cujo Meridiano Central é 45° Oeste de Greenwich, frequentemente tem sido utilizado o artifício de estender o fuso 23 para alcançar a amplitude inteira do estado, mantendo-se fixo o valor do $K_0=0,9996$,

característico da projeção UTM. Este artifício causa deformações muito grandes nas regiões das bordas Este e Oeste do estado, além de produzir coordenadas negativas na borda Oeste, o que torna o procedimento muito inadequado.

Com o advento da cartografia digital e a ampla disponibilidade de ferramentas, algoritmos e rotinas de SIG, o problema das distorções inerentes à representação cartográfica provocada pela projeção tornou-se, aparentemente, menos grave. Pode-se dizer isso porque o mapa é representado no visor do computador ou nos planos de informação de SIG deformado pelas leis da projeção, tendo em vista que os suportes dos mapas digitais são essencialmente planos, tal como nos mapas impressos. Todavia, quase todos os sistemas de SIG possuem os recursos de softwares apropriados para calcular e fornecer prontamente os valores geodésicos ou topográficos adequados, corrigidos das deformações, sempre que forem necessários (GOTTFRIED, 2003). Assim, pode-se supor que foi minimizado o inconveniente das deformações inerentes à representação em projeção cartográfica, tendo em vista a possibilidade de recuperação imediata, por meio do SIG, dos valores originais da superfície terrestre (KRAAK e ORMELING, 2010).

Há ferramentas de softwares de SIG que fazem a conversão da projeção cartográfica para o plano topográfico local, tratando inclusive as correções de altitude, de forma a se aproximar ao máximo das observações feitas diretamente no campo. Por outro lado, a popularização destes sistemas, capazes de produzir mapas digitais e impressos com muita facilidade, transformou cada usuário comum de dados geográficos em um produtor informal de mapas e, portanto, a quantidade de mapas, tanto digitais quanto impressos, tem aumentado em grande escala mostrando que o problema ainda persiste com uma nova roupagem. Ou seja, muitos desconhecem esses detalhes matemáticos e projetivos que deformam a realidade, bem como as ferramentas disponíveis para contorná-los, acabando por extrair informações incorretas. Sabe-se de usuários e entidades que já incorreram em erros de custos pelo fato de terem fornecido orçamentos de serviços e materiais baseados em medições extraídas de mapas impressos ou de mapas digitais em SIG que foram construídos em sistemas de projeções inadequados para tal finalidade. Os orçamentos foram baseados em medidas cartográficas desconsiderando as distorções de projeção.

No ambiente SIG, independente das deformações lineares, angulares ou superficiais causadas pela representação em projeção, há sempre a disponibilidade de recursos para obtenção das medidas lineares, angulares ou superficiais corretas (topográficas ou geodésicas), desde que o analista possua os conhecimentos de cartografia adequados. Por outro lado, no trabalho sobre mapas impressos ou nas tarefas externas ao ambiente SIG essas facilidades não estão acessíveis, embora sejam possíveis mediante esforços extra e conhecimentos para a aplicação de cálculos manuais. Neste caso, antes da impressão, cabe um estudo criterioso na escolha da projeção para que as deformações sejam mínimas ou insignificantes em função do erro gráfico associado à escala do mapa. Como o mapa, pela sua natureza projetiva, não representa fielmente a realidade, sugere-se, especialmente para aplicações similares ao presente estudo, que a melhor prática é usar o modelo matemático que mais se aproxima da realidade.

Conclusões

Os resultados produzidos no estudo comprovam que a projeção Cônica Conforme de Lambert com dois paralelos padrões é mais apropriada do

que modificações da projeção TM (Gauss-Kruger) com duas linhas de secância para representação cartográfica da extensão territorial do Estado de Minas Gerais. A localização dos paralelos padrão da projeção de Lambert que permitiram o melhor equilíbrio das deformações ao longo da totalidade territorial de Minas Gerais ocorreu a cerca de 1/6 dos paralelos extremos da área a ser mapeada, onde as reduções e ampliações atingiram um valor máximo de 1%. O sistema de coordenadas planas adotado tem como origem o meridiano de 45° Oeste de Greenwich e o Equador, sendo acrescidas as constantes de 500.000 m para Falso Este e 10.000.000 m para Falso Norte, a fim de evitar coordenadas negativas em ambos os eixos. A proposição do sistema de Projeção Cônica Conforme de Lambert com dois paralelos padrões, realizado na presente pesquisa, com base nos ensaios consistentes, corrobora com expectativas teóricas e indicações postuladas na literatura cartográfica (RICHARDUS e ADLER, 1972; DAVIS et al, 1983; MALING, 1992; GRAFAREND e KRUM, 2006; GHILANI e WOLF, 2006). Em resumo, a adequação da projeção proposta pode ser reforçada pelos argumentos que se seguem:

1. Recomendada para regiões que se estendem mais em longitude do que em latitude, pois as deformações só dependem da latitude.
2. Adotada nos Estados Unidos da América (EUA) para o SPCS (State Plane Coordinate System) usado nos estados que se estendem mais em longitude do que em latitude.
3. Apresentou os menores erros lineares, azimutais e superficiais, nos testes comparativos realizados neste trabalho.
4. Apresenta formulação relativamente simples e direta consolidada na literatura cartográfica.
5. Disponibilizada nas plataformas e sistemas de softwares de SIG e Geoprocessamento.
6. As transformadas dos meridianos geográficos são representadas por linhas retas facilitando a obtenção de azimutes geográficos diretamente do mapa.
7. Adotada na Organização de Aviação Civil Internacional (OACI) para a Carta Aeronáutica Mundial (WAC), além de outras cartas para navegação aérea.
8. Adotada para a construção da Carta Internacional ao Milionésimo (CIM) desde 1962.

A ideia geral do trabalho é sugerir um sistema que incorpore os menores erros lineares, superficiais e azimutais, quando a área de interesse envolve toda a extensão do Estado de Minas. Em face da popularização dos SIG e da disseminação das tecnologias de geoprocessamento, problemas de compatibilidade e uso inadequado de dados geográficos tendem a aparecer e se disseminar, caso não seja disponibilizada uma infraestrutura normativa consistente e capaz de evitar ruídos. Problemas recorrentes podem ser evitados pela adoção de medidas simples como o estabelecimento, de forma padronizada, de projeções e sistemas de coordenadas adequados a nível nacional, regional e local. Estes padrões podem ser recomendados para uso privado e tornados obrigatórios para uso no setor público. Outros países de tradição cartográfica consolidada já adotam estas ideias com sucesso. Nos Estados Unidos (EUA), por exemplo, há sistemas cartográficos padronizados para todos os Estados, baseados em variações das projeções TM ou da projeção de Cônica

Conforme de Lambert, dependendo da forma geográfica da área territorial de cada estado. Assim, cabe propor um desafio às entidades gestoras da cartografia nacional, estadual e municipal no sentido de dedicar mais atenção a essa questão importante e fomentar estudos mais amplos de padronização cartográfica.

Referências bibliográficas

ABNT. NBR 14166:1998. *Rede de referência cadastral municipal - prodedimento*. Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), 1998.

BORGES, A. F., ELMIRO, M. A. T., NERO, M. A., TEMBA, P. C., SARAIVA, C. C. S.. *Métodos de cartografia e geoprocessamento aplicados na gestão de inconsistências de limites intermunicipais - estudo de caso entre Nova Lima e Belo Horizonte, MG*. Revista GEOgrafias, v. 11, n. 2, p. 80-99, 2015.

BORGES, A. F., ELMIRO, M. A. T., NERO, M. A., TEMBA, P. C. . *Sistemas geodésicos de referência adotados no Brasil e a conversão dos dados geográficos para o sistema oficial SIRGAS2000: transformações e avaliação de distorções*. Revista GEOgrafias, v. 12, n. 1, p. 45-63, 2016.

BUGAYEVSKIY, L.M.; SNYDER, J.P., E. *Map projections. A reference manual*, Taylor and Francis, 1995, 321p.

CONCAR, 2011. Especificação Técnica para a Aquisição de Dados Geoespaciais Vetoriais. Infraestrutura Nacional de Dados Espaciais. Brasil. 2011. 2.ed.

CONCAR, 2016. Norma da Especificação Técnica para Controle de Qualidade de Dados Geoespaciais (ET-CQDG). Infraestrutura Nacional de Dados Espaciais. Brasil. 2016. 1.ed.

DCT/DSG (2016) – Departamento de Ciência e Tecnologia / Diretoria do Serviço Geográfico. Norma da Especificação Técnica para Controle de Qualidade de Dados Geoespaciais (ET-CQDG). Brasil, 1 Edição, 2016.

DAVIS, R.E. FOOT, F.S. KELLY, J.W. *Surveying Theory and Practice*, McGraw Hill, 1981, 992p.

FENNA D. *Cartographic Science, A Compendium of Map Projections, with Derivations*. CRC Press, Taylor & Francis, 2007, 491p.

GHILANI, C. D.; WOLF, P.R. *Adjustment computations Spatial Data Analysis*. New York, John Wiley & Sons, 2006, 611p.

GHILANI, C. D.; WOLF, P. R. *Elementary surveying: An introduction to Geomatics*, New Jersey, Pearson Education Prentice Hall, 2008. 931 p.

GOTTFRIED, K. *Geoinformation*, Taylor & Francis, London, 2003, 248p.

GRAFAREND, E. W., KRUMM, F. W. *Map Projections: Cartographic information system*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006, 713p.

ISO. ISO 19103:2005. *Geographic information - Conceptual schema language*. International Organization for Standardization (ISO), 2005.

- ISO. ISO 19113:2002. *Geographic information - Quality principles*. International Organization for Standardization (ISO), 2002.
- ISO. ISO 19114:2003. *Geographic information - Quality evaluation procedures*. International Organization for Standardization (ISO), 2003a.
- ISO. ISO 19115:2003. *Geographic information - Metadata*. International Organization for Standardization (ISO), 2003b.
- ISO. ISO 19115-1:2014. *Geographic information - Metadata - Part 1: Fundamentals*. International Organization for Standardization (ISO), 2014.
- ISO. ISO 19138:2006. *Geographic information - Data quality measures*. International Organization for Standardization (ISO), 2006.
- ISO. ISO 19139:2007. *Geographic information - Metadata - XML schema implementation*. International Organization for Standardization (ISO), 2007.
- ISO. ISO 19157:2013. *Geographic information - Data quality*. International Organization for Standardization (ISO), 2013.
- ISO. ISO 2859-0:1995. *Sampling procedures for inspection by attributes - part 0: introduction to the ISO 2859 attribute sampling system*. International Organization for Standardization (ISO), 1995.
- ISO. ISO 2859-1:1999. *Sampling procedures for inspection by attributes - Part 1: Sampling schemes indexed by acceptance quality limit (AQL) for lot-by-lot inspection*. International Organization for Standardization (ISO), 1999.
- KRAAK, M. J.; ORMELING, F. *Cartography: visualization of spatial data*, Pearson Education Prentice Hall, England, 2010. 249 p.
- KRAKIWSKY, E. J. *Conformal Map Projections in Geodesy: Lecture Notes*, University of New Brunswick, Canadá, 1973. 153 p.
- KRAKIWSKY, E. J.; THOMSON, D. B. *Geodetic Position Computations: Lecture Notes*, University of New Brunswick, Canadá, 1974. 99 p.
- MALING, D. H. *Coordinate systems and map projections*, Pergamon Press, Oxford, 1992, 476p.
- NERO, M. A.; PACILÉO NETTO, N. ; ERWES, Herbert ; FAZAN, Silvana Cândida de Araujo . *Validación de actualización cartográfica con gps y estación total para cortas distancias en áreas urbanas*. In: 6ª Setmana Geomática, 2005, Barcelona. 6ª Setmana Geomática, 2005.
- OLIVEIRA, C. *Cartografia Moderna*. IBGE, Rio de Janeiro, 1993, 152p.
- RICHARDUS, P.; ADLER R.K. *Map projections for geodesists, cartographers and geographers*. Netherlands, North-Holland Publishing, 1972. 174 p.
- ROBINSON, A.H.; MORRISON J.L.; MUEHRCKE P.C.; KIMERLING A.J.; GUPTILL S.C. *Elements of cartography*. New York, John Wiley & Sons, 1995, 688p.
- SANTOS, M. M. D, MENEZES, P. M. L., COSTA, A. G. *Georreferenciamento de*

mapas históricos: finalidades e procedimentos. Revista GEOgrafias, v. 5, n. 2, p. 23-35, 2009.

SNYDER, J.P., *Map projections. A reference manual*, USGS, Washington, DC, 1987, 383p.