

**RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE CINEMÁTICA EN NIVEL MEDIO: ESTUDIO
DE ALGUNAS REPRESENTACIONES***
(Problem solving in kinematics at high school level: a study of some representations)

Consuelo Escudero¹

Departamento de Física. Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional de San Juan. Avda. Libertador 1109 (O).
5400. San Juan. Argentina.
cescude@unsj.edu.ar

Marco A. Moreira

Instituto de Física, UFRGS
Caixa Postal 15051
91501-970 Porto Alegre, RS, Brasil.
moreira@if.ufrgs.br

Resumen

Este trabajo se ha realizado con 38 estudiantes de cuarto año de nivel medio en situación real de aula. Se ha analizado la resolución escrita de un problema de cinemática. El análisis se ha basado principalmente en el marco de las teorías: de los campos conceptuales de Vergnaud (1982, 1990, 1996, 1998) y de los modelos mentales de Johnson-Laird (1983, 1990) tratando de interpretar las dificultades de los alumnos en la construcción de modelos mentales al resolver problemas. Una mejor comprensión del rol del constructo "esquema" en situaciones físicas en las que el sujeto puede disponer -o no- de las competencias necesarias para una inmediata resolución se ha mostrado fructífera en la inferencia de algunas representaciones que parecen elaborar los estudiantes al tomar contacto por primera vez con la cinemática de las traslaciones. Los resultados obtenidos evidencian que la descripción de un movimiento no es una tarea trivial. Sin embargo, un grupo importante de estudiantes ha adquirido un buen dominio de los algoritmos necesarios para su descripción científica en situaciones más convencionales mientras que en situaciones nuevas se ha evidenciado con fuerza el fenómeno de la variabilidad cognitiva.

Palabras-clave: resolución de problemas; cinemática; invariantes operatórios.

Abstract

This work was carried out in actual classroom condition with thirty-eight fourth level students of a secondary school. Their written solution of a problem on kinematics was examined. The analysis was based on the conceptual fields theory by Vergnaud (1982, 1990, 1996, 1998) and on the mental models theory by Johnson-Laird (1983, 1990). Such analysis was conducted to interpret students' difficulties in building mental models during problem solving. In conditions where students could have, or not at all, the needed abilities for immediate solving the problem, a better comprehension of the role of the "scheme" construct in physics situations was shown to be fruitful to understand students' representations during problems solving. The results suggest that motion description is not a trivial job. However, in standard situations an important group of students has acquired a good skill with main algorithms to make scientific descriptions. But in new situations, cognitive variability was shown.

Keywords: problem solving; kinematics; operational invariants.

* Versión extendida del trabajo del mismo título aceptado para presentación en panel y memorias en el I Encuentro Iberoamericano sobre Investigación Básica en Educación en Ciencias a realizado en Burgos (España) en septiembre de 2002.

¹ Doctoranda del Programa Internacional de Doctorado en Enseñanza de las Ciencias de la Universidad de Burgos (España) en convenio con la UFRGS (Porto Alegre, Brasil).

Introducción

De un tiempo a esta parte a la investigación en educación en ciencias le interesa profundizar en la naturaleza representacional, saber cómo se organizan las representaciones y qué procesos de cambio requieren. Este cambio de foco implica asumir retos muy importantes en el estudio de la cognición humana (Moreira, 1996; Pozo y Rodrigo, 2001; Moreira, 2002). El reconocimiento de la flexibilidad potencial de los esquemas debido a su sensibilidad hacia las condiciones del contexto está abriendo posibilidades insospechadas en el campo evolutivo y educativo.

Acordamos con Vergnaud (1993) en que un concepto no puede reducirse a su definición, principalmente si nos interesamos por su aprendizaje y su enseñanza. Es a través de las situaciones y de los problemas a resolver que adquiere sentido para un estudiante.

Abundante literatura ha relevado la dificultad que representa para los estudiantes enfrentar, por ejemplo, situaciones nuevas. Pozo y Postigo (1993) señalan que la forma experta de resolver problemas consiste –paradójicamente– en evitar enfrentarse a ellas. Dicha línea de investigación se basa en gran medida en la aplicación de procedimientos técnicos, más que en el uso deliberado e intencional de estrategias. Por otra parte, en un trabajo realizado por uno de los autores (1996, p. 254) usando entrevistas con estudiantes de nivel medio muestra que afirman no saber resolver ni enfrentar situaciones nuevas y que lo importante es “saber ese tipo” de problemas.

Pero hay, al menos, otra carencia no menos importante. Es la relacionada con el aprendizaje de la resolución de problemas en la escuela.

Con frecuencia en la enseñanza suelen plantearse dos tipos de situaciones: tareas o situaciones tipo –ejercicios o no– y situaciones nuevas. Precisamente dicha distinción puesta de manifiesto en un mismo problema ha permitido un trabajo profundo y un análisis fértil en resultados e implicaciones.

Sobre todo se estudia el nivel de comprensión alcanzada por los estudiantes para la noción de *distancia total*. El interés por el estudio de esta noción surge de su frecuente aparición en los problemas convencionales y básicos de física. Y lo que es más importante aún, que permite explicitar una más esencial e inherente al movimiento físico: la continuidad, además de otras.

Este trabajo es parte de una serie de estudios (Escudero y Moreira 2002a, 2002b; Escudero 2002) llevados a cabo en el marco de una tesis. Se analizan aquí las dificultades de los alumnos desde el puente tendido por Moreira en una reciente monografía (2002) entre las teorías de Vergnaud y de Johnson-Laird. Se examinan tales dificultades en términos de invariantes operatorios, es decir, en términos de qué conceptos y teoremas-en-acción están usando los estudiantes en la resolución de problemas. Por otro lado, tales conocimientos-en-acción –por largo tiempo implícitos– pueden ser precursores en la adquisición de conceptos científicos y, por ende, deben ser identificados, es decir, investigados.

En síntesis, se trata de interpretar las dificultades de los alumnos en la construcción de modelos mentales al resolver problemas –del enunciado y de la resolución– a la luz de la teoría de los campos conceptuales. En el apartado siguiente se describe brevemente la teoría de Vergnaud como marco teórico complementario para el análisis. La teoría de los modelos mentales ya fue presentada en otros trabajos (Moreira 1996; Escudero y Moreira 2002b; Escudero 2002).

La teoría de los campos conceptuales

La teoría de los campos conceptuales de Gérard Vergnaud² es una teoría psicológica del proceso de conceptualización de lo real (1996a, p. 118) que se propone localizar y estudiar continuidades y rupturas en el conocimiento desde el punto de vista de su contenido conceptual. Es una teoría psicológica de conceptos, en la que la conceptualización se considera la piedra angular de la cognición (1998, p.173). Para Vergnaud, el conocimiento está organizado en *campos conceptuales*, cuyo dominio, por parte del aprendiz, ocurre en un largo período de tiempo, a través de la experiencia, madurez y aprendizaje (1982, p. 40).

Campo conceptual es un conjunto informal y heterogéneo de problemas, situaciones, conceptos, relaciones, estructuras, contenidos y operaciones de pensamiento, conectados unos con otros y, probablemente, entrelazados durante el proceso de adquisición (ibid). Un campo conceptual se define también como un conjunto de *situaciones* cuyo dominio requiere del manejo simultáneo de conceptos, procedimientos y representaciones de distinta naturaleza (1988, p. 141; 1990, p. 146). Los *conceptos* se precisan mediante tres conjuntos: el primero, el conjunto de situaciones que constituyen el *referente* del concepto; el segundo, un conjunto de invariantes operatorios (teoremas y conceptos-en-acción) que dan el *significado* al concepto; y el tercero, un conjunto de representaciones simbólicas que componen su *significante*.

Como son las situaciones las que le dan sentido a los conceptos, es natural que se defina campo conceptual como un conjunto de situaciones. Un concepto se vuelve significativo a través de una variedad de ellas (1994, p. 46), pero el sentido no está en las situaciones mismas, como tampoco en las palabras ni en los símbolos (1990, p. 158). El sentido es una relación del sujeto con las situaciones y significantes. Precisamente son los *esquemas*, es decir, las acciones y su organización, evocados en el sujeto por una situación o por un significante que constituyen el sentido de esa situación o de ese significante para ese individuo (1990, p. 158; 1993, p. 18). Vergnaud considera que los esquemas necesariamente se refieren a situaciones, a tal punto que se debería hablar de la interacción esquema-situación en vez de la interacción sujeto-objeto. Los esquemas tienen como ingredientes esenciales aquello que Vergnaud denomina *invariantes operatorios*, es decir, conceptos-en-acción y teoremas-en-acción constituyendo la parte conceptual de los esquemas, es decir, los conocimientos contenidos en los esquemas.

Teorema-en-acción es una proposición que puede ser verdadera o falsa, pero que es considerada como verdadera sobre lo real; *concepto-en-acción*, en cambio, es una categoría de pensamiento tenida como pertinente (1996b, p. 202). Ese conocimiento es precisamente implícito y el aprendiz tiene dificultades en explicarlo o expresarlo, pero eso no significa que tal conocimiento no pueda ser explicitado. Es a través del proceso de explicitación del conocimiento implícito que los teoremas y los conceptos-en-acción se pueden convertir en verdaderos teoremas y conceptos científicos. Una proposición explícita puede debatirse, mientras una proposición considerada implícitamente verdadera, no. El carácter del conocimiento cambia si es comunicado, debatido y compartido (op. cit, p.204).

La figura 1 presenta un mapa conceptual de la teoría de Vergnaud, es decir, un diagrama conceptual que destaca los conocimientos claves de la teoría y sus principales interrelaciones. Las palabras que aparecen sobre las líneas -conectando los conceptos- buscan explicitar la naturaleza de la relación entre ellas. Por ejemplo, el vínculo entre situaciones y conceptos es *referente*, pues las situaciones son las que les dan sentido al concepto, es decir, constituyen el referente del concepto. Las flechas, cuando existen, apenas sugieren un sentido para la lectura.

² Una descripción sumaria de las teorías conceptuales de Vergnaud y de sus implicaciones para la investigación y la enseñanza de las ciencias puede consultarse en Moreira (2002).

La teoría de Vergnaud al mismo tiempo que se aleja de Piaget –ocupándose del estudio del funcionamiento cognitivo del sujeto-en-situación, en vez de ocuparse de operaciones lógicas generales o de estructuras generales de pensamiento y tomando como referencia el propio contenido del conocimiento y el análisis conceptual del dominio de ese conocimiento (1994, p. 41; Franchi, 1999, p. 160)– tiene una fuerte base piagetiana que se manifiesta principalmente en el importante papel que el concepto de esquema tiene para esa teoría. Por otro lado, también tiene influencia vygotskyana pues considera al profesor como importante mediador a lo largo del proceso que caracteriza el progresivo dominio de un campo conceptual por el alumno. Su tarea consiste principalmente en ayudar al estudiante a desarrollar su repertorio de esquemas y representaciones. Nuevos esquemas no pueden desarrollarse sin nuevos invariantes operatorios. El lenguaje y los símbolos son importantes en ese proceso de acomodación y el profesor hace amplio uso de ellos en su función mediadora. Pero, el principal acto mediador del profesor es el de proveer situaciones fructíferas a los alumnos (1998, p. 181). Un concepto -o una proposición- se vuelve significativo a través de una variedad de situaciones, sin embargo su significado no se capta en soledad. El papel mediador del profesor es esencial (1994, p. 44).

Vergnaud (1990, p. 69) considera al sujeto como un sistema dinámico con mecanismos regulatorios capaces de asegurar su progreso cognitivo a diferencia de otros enfoques más tradicionales sobre las concepciones previas de los alumnos.

La teoría de los campos conceptuales destaca que la adquisición de conocimiento es moldeada por las situaciones y los problemas previamente dominados y que ese conocimiento tiene, en consecuencia, muchas características contextuales. Así, muchas de nuestras concepciones vienen de las primeras situaciones que fuimos capaces de dominar o de nuestra experiencia intentando modificarlas (1996a, p. 117). Trabajos empíricos anteriores (Escudero y González 1996; Escudero y Moreira 2002b; Escudero 2002; Escudero y Jaime 2002) apoyan también esta tesis. Sin embargo, probablemente exista una laguna considerable entre los invariantes que los sujetos construyen al interactuar con el medio y los invariantes que constituyen el conocimiento científico.

Vergnaud (1993, p.3) intenta mostrar con estos ejemplos que *los algoritmos son esquemas automatizados*, o más aún, que los esquemas son objetos del mismo tipo lógico que los algoritmos. Les falta eventualmente efectividad, es decir, capacidad de llegar a buen término después de un número finito de pasos. Los esquemas son, en general, eficaces -activos, poderosos -, aunque no siempre efectivos -lo opuesto de dudoso-. Sin duda, un esquema se apoya en una *conceptualización implícita*.

Al rescatar y enriquecer el concepto de esquema introduciendo los conceptos de teorema-en-acción y concepto-en-acción, al definir concepto como un triplete, al colocar la conceptualización en el centro del desarrollo cognitivo, al priorizar la interacción sujeto-situaciones y, como no podría dejar de ser, al definir campo conceptual, -en palabras de Moreira (2002)- Vergnaud provee un referencial muy rico para comprender, explicar e investigar el proceso de aprendizaje significativo.

De todas formas no hay que ocultar que la flexibilidad de los esquemas tiene un límite. Un buen número de psicólogos cognitivos plantean la existencia de dos tipos de representaciones que se integran para permitir el ajuste fino a las variaciones del contexto y de la situación (Pozo y Rodrigo, 2001).

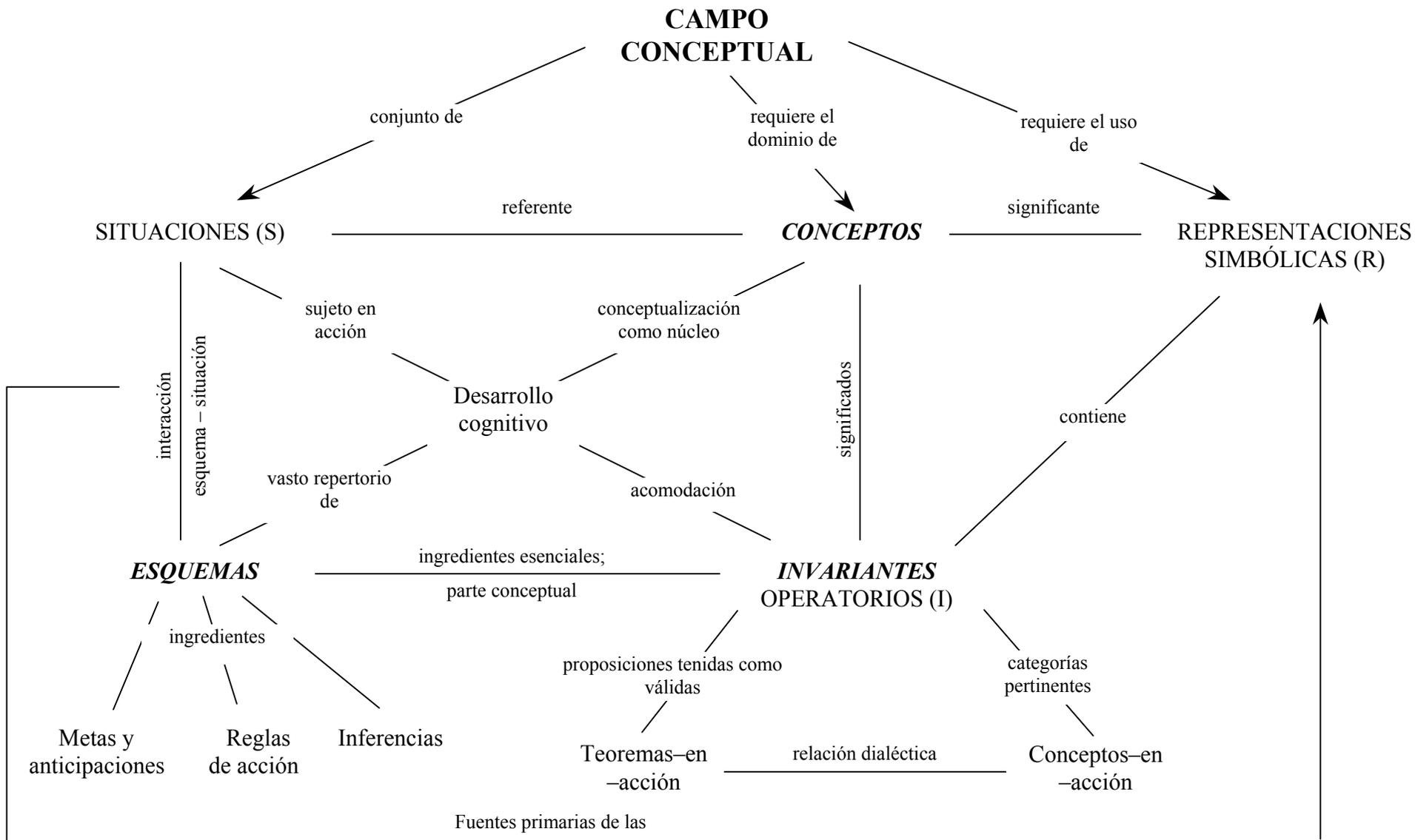


Figura 1. Un mapa conceptual para la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud (M.A. Moreira, 2002)

En esa dirección Moreira en una reciente monografía (2002) tiende un puente entre los significados de representación en Vergnaud y la teoría de los modelos mentales (Johnson-Laird, 1983; Moreira, 1996). Al concebir a los modelos mentales instrumentos de comprensión e inferencia, cuando nos enfrentamos con una situación nueva, construimos un modelo mental para entenderla, describirla y prever lo que va a ocurrir. Este modelo puede ser correcto o no, puede ser vago, confuso, incompleto, pero es, sobre todo funcional para su constructor y puede ser modificado recursivamente hasta adquirir tal funcionalidad.³

Sin embargo, es importante no confundir modelo mental con esquemas de asimilación. Para Vergnaud los invariantes operatorios (teoremas y conceptos-en-acción) son componentes esenciales de los esquemas mientras para Moreira (2002) los modelos mentales contienen proposiciones y señales (“tokens”) que pueden interpretarse como invariantes operatorios.

Desde el punto de vista teórico, el concepto de esquema proporciona el vínculo indispensable entre conducta y representación (1996b, p.202): la relación entre situaciones y esquemas es la fuente primaria de la representación y, por tanto, de la conceptualización (1998, p. 177). Por otro lado, son los invariantes operatorios los que logran la articulación esencial entre teoría y práctica, pues la percepción, la búsqueda y la selección se basan totalmente en el sistema de *conceptos-en-acción* disponibles para el sujeto y en los *teoremas-en-acción* subyacentes a su conducta (1996b, p. 202).

Un modelo mental es un instrumento de comprensión, construido para ese momento y descartable en el caso de alcanzarse la funcionalidad deseada –es decir, la comprensión, aunque no sea la compartida científicamente–. Un esquema de asimilación es, según Vergnaud, la organización invariante del comportamiento para una determinada clase de situaciones. Por lo tanto, es más estable. Pero, frente a una situación nueva, se necesita acomodar, descomponer y volver a combinar. Es decir, construir un nuevo esquema de asimilación. Es exactamente ahí donde parece encajar mejor la idea de modelo mental: para comprender una nueva situación el sujeto construye, inicialmente, un modelo mental, y no un esquema de asimilación (Moreira 2002).

Así pues, los modelos mentales son una instancia representacional que media entre el conocimiento previo del mundo y las nuevas situaciones. *La principal función de la memoria no sería tanto reproducir el pasado como orientar la acción a partir de él* (Glenberg 1997; cita en Pozo, 2001), para lo cual se necesitan representaciones dinámicas y contextuales, como los modelos mentales.

La teoría de Vergnaud hasta ahora se ha utilizado principalmente como referencial para la educación matemática. Nada más natural que las investigaciones que sustentan su teoría hayan focalizado el aprendizaje y la enseñanza de las estructuras aditivas y multiplicativas, principalmente.

No obstante, como ya se dijo (Moreira 2002), esa teoría no es específica de la Matemática. Este trabajo intenta profundizar en ese sentido.

Se describe a continuación sumariamente el ambiente general donde se ha realizado el estudio y la metodología de investigación utilizada, seguido de un análisis detallado de la resolución de una interesante situación problemática.

³ Más elementos sobre la relación entre las significaciones de representación en Vergnaud y Johnson-Laird puede consultarse en Moreira (2002).

Ambiente y propuesta didáctica

La propuesta didáctica fue diseñada teniendo en cuenta algunos análisis previos (Escudero, González y García 1999; Massa, Escudero, González y García 2000) y los factores que habitualmente condicionan la tarea docente. Se desarrolló en un curso de cuarto año de bachillerato de un colegio perteneciente al gran San Juan, Argentina, con turno vespertino. Es numeroso, asisten del orden de cuarenta alumnos. Pero a pesar de ello no presenta problemas de disciplina. Las edades de los estudiantes oscilan entre 15 y 17 años. Se ha trabajado durante tres meses de clase a razón de un módulo y medio por semana.⁴ El clima que se genera durante el trabajo en el aula es agradable.

Fundamentalmente se utilizó una propuesta didáctica con el fin de lograr la consolidación de algunos contenidos procedimentales y de llevar a los alumnos a reflexionar sobre el conocimiento. La propuesta valora los problemas y los ejercicios como mediadores en el discurso del aula, cada uno con su función en la apropiación del conocimiento y por tanto en la secuencia didáctica. La introducción de más vocablos científicos, la necesidad de elaborar gráficas, la discusión en torno a las consignas, fueron algunos de los factores que influyeron en el lento ritmo de trabajo⁵.

Metodología de investigación

La presente investigación es parte de un estudio más completo que incluye el análisis del discurso de las clases registradas (Escudero y Moreira 2002a) y también de otras situaciones problemáticas (Escudero y Moreira 2002b). Fue realizada en situación real de aula. Se ha analizado la resolución de un problema de cinemática en 38 estudiantes, en ocasión de una evaluación escrita. Ha interesado encontrar algunas regularidades que se repitan sistemáticamente en los distintos alumnos y permita inferir “pistas” sobre cómo ven, imaginan y/o conciben las distintas tareas planteadas.

Para elaborar las categorías ha sido necesario que los investigadores realicen inferencias sobre las posibles representaciones de los alumnos al resolver. En este caso agrupadas como dos grandes categorías: una para la situación física y otra para la noción de distancia total recorrida.

Hoy no se puede prescindir de la idea de mediación en su doble sentido: el docente es un mediador y el lenguaje, también. Las investigaciones educativas y sobre todo las didácticas no han dado la suficiente importancia al fenómeno de la mediación. Este trabajo intenta profundizar en ese sentido.

Se ha considerado como base para el análisis del discurso escrito la unidad: *enunciado-solución*⁶, abordándola como conversación. Así la resolución de problemas puede considerarse un tipo de intercambio conversacional con una unidad interactiva mínima. Comprende, al menos, el inicio (I) de un hablante y la respuesta (R) de otro (Stubbs 1983).

Se propone el lenguaje como un instrumento a través del cual los seres humanos crean, constituyen o estipulan un mundo (social) que pueden compartir. Se han usado tanto el lenguaje aritmético, algebraico y gráfico como vehículo para la significación (Escudero y Moreira 2002b;

⁴ En Argentina el módulo de clase tiene una duración que media entre 70 y 80 minutos. Por tratarse de una escuela de turno vespertino es de 70 minutos.

⁵ La propuesta didáctica fue explicitada ampliamente en otros trabajos (Escudero y Moreira 2002a, 2002b).

⁶ Más detalles acerca de la metodología se explican en otros trabajos (Escudero y Moreira 2002b y Escudero 2002).

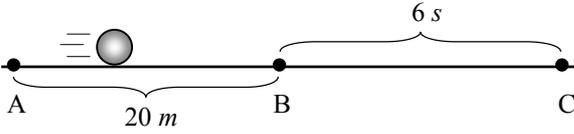
Revista Brasileira de Investigação em Educação em Ciências, 2(3)84-96, 2002.

Escudero, 2002; Escudero y Jaime, 2002), acordando con Lemke (1990) en que el dominio de una disciplina científica es en gran medida el dominio de sus formas especializadas de utilización.

De un total de 38 exámenes recolectados, 35 presentaron una solución al problema. Cabe señalar que la evaluación ha constado de cinco ítems y que este problema ocupa el cuarto lugar. Para identificar las regularidades mencionadas y, por ende, caracterizar los posibles tipos de representaciones construidas por los estudiantes en la resolución, se ha analizado en profundidad el siguiente problema que fuera presentado en dos versiones para una misma evaluación:

Tema 1

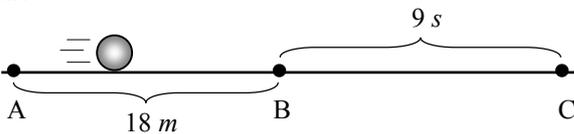
La esfera de la figura se desplaza desde A hasta B con movimiento rectilíneo uniforme a 5 m/s de velocidad. A los 20 metros de iniciado el recorrido, se le imprime una fuerza de 4 N, que la acelera, haciendo que a los 6 s su velocidad sea de 8 m/s. Responda: a) ¿En qué tiempo recorrió el tramo \overline{AB} ? b) ¿Qué aceleración tiene entre B y C? c) ¿Qué distancia recorre en total?



El diagrama muestra una línea horizontal con tres puntos etiquetados como A, B y C. Una esfera con tres líneas horizontales a su izquierda indica movimiento hacia la derecha. Una llave de arco debajo de la línea indica una distancia de 20 m entre A y B. Otra llave de arco encima de la línea indica un tiempo de 6 s entre B y C.

Tema 2

La esfera de la figura se desplaza desde A hasta B con movimiento rectilíneo uniforme a 3 m/s de velocidad. A los 18 metros de iniciado el recorrido, se le imprime una fuerza de 4 N, que la acelera, haciendo que a los 9 s su velocidad sea de 6 m/s. Responda: a) ¿En qué tiempo recorrió el tramo \overline{AB} ? b) ¿Qué aceleración tiene entre B y C? c) ¿Qué distancia recorre en total?



El diagrama muestra una línea horizontal con tres puntos etiquetados como A, B y C. Una esfera con tres líneas horizontales a su izquierda indica movimiento hacia la derecha. Una llave de arco debajo de la línea indica una distancia de 18 m entre A y B. Otra llave de arco encima de la línea indica un tiempo de 9 s entre B y C.

En un trabajo anterior (Escudero y Moreira 2002a) se utilizaron registros tomados a partir del intercambio docente-alumno(s) generado en las clases de física tanto en los momentos de resolución grupal como individual. El conjunto de las observaciones de campo como de las distintas producciones ha permitido obtener una buena cantidad de material que ha provisto los “datos en contexto” necesarios para la investigación.

Discusión y evaluación de resultados

La presentación de los resultados se ha dividido en tres secciones. La primera ilustra los niveles de dominio de algoritmos relacionados con situaciones físicas que implican movimientos de traslación en una trayectoria rectilínea (básicamente en las dos primeras preguntas), mientras la segunda completa el análisis sobre los eventuales niveles de comprensión logrados por los estudiantes al determinar la *distancia total* recorrida por un móvil sometido a dos movimientos sucesivos. La sección tres examina los resultados obtenidos en las dos primeras, para luego conjugarlos en un nuevo metaanálisis sobre representaciones y procesos utilizados por estudiantes de secundaria.

1. Representación de la situación física planteada

El alumno para resolver la situación problemática planteada necesita captar que la esfera se desliza a lo largo de una trayectoria rectilínea animada de dos movimientos sucesivos. Primero, uno rectilíneo uniforme y luego otro, uniformemente variado. El dibujo esquemático incluido en el enunciado ofrece pistas que debería ser capaz de decodificar y tener en cuenta a la hora de resolver.

Para la construcción a través del análisis de las categorías de esta sección los datos se han circunscripto fundamentalmente a los aportados por las soluciones a las dos primeras preguntas. Un análisis cualitativo de los mismos ha permitido establecer las siguientes *tres categorías*:

Categoría 1 - “Dos movimientos sucesivos” diferenciados (54%)

Los estudiantes de esta categoría parecen generar representaciones en donde se integran coherentemente los elementos que proporciona el enunciado y sus conocimientos previos para determinar los movimientos que realiza la esfera en traslación y sus implicaciones. En estos alumnos se observan comportamientos ampliamente automatizados organizados por dos esquemas uno para cada pregunta.

Su construcción supone una adecuada incorporación de relaciones espaciales, geométricas y cinemáticas. Todos operan imponiendo implícitamente la continuidad de la velocidad: $v_{f1} = v_{i2}$ y calculan correctamente, mientras unos pocos realizan representaciones pictóricas. En el texto del problema analizado nada “se dice” acerca de la naturaleza misma de cada movimiento. Una solución que muestra cómo estos estudiantes han entendido estas relaciones es la que sigue:

<p>a) $v = d / T$</p> <p>$T = 18 \text{ m} / 3 \text{ m/s}$</p> <p>$T = 6 \text{ s}$</p> <p>Rta. El tramo \overrightarrow{AB} lo recorrió en 6 s</p> <p>B) $a = \frac{v_f - v_i}{T}$</p> <p>$a = \frac{6 \text{ m/s} - 3 \text{ m/s}}{9 \text{ s}}$</p> <p>$a = 3 \text{ m/s} / 9 \text{ s}$</p> <p>$a = 0,33 \text{ m/s}^2$</p> <p>Rta. La aceleración de B a C es de $0,33 \text{ m/s}^2$</p> <p>c) $d = v_i \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$</p> <p>$d = 0 \text{ m} \cdot 9 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 0,33 \text{ m/s}^2 \cdot \frac{9^2}{81 \text{ s}^2}$</p> <p>$d = 9 \text{ m/s} + \frac{1}{2} \cdot 26,73 \text{ m}$</p> <p>$d = 9 \text{ m} + 13,365 \text{ m}$</p> <p style="text-align: center;">$22,365 \text{ m}$</p>	<p>$T = d / v$</p> <p>$a = (v_f - v_i) / t$</p> <p>$a = (6 \text{ m/s} - 3 \text{ m/s}) /$</p> <p style="text-align: right;"><i>Mauro (1, 3)</i></p>
---	---

Mauro⁷ -en particular- si bien ha aplicado adecuadamente los algoritmos conocidos para MRU y MRUV a situaciones similares a las trabajadas en el aula, no ha advertido la diferente naturaleza del movimiento en ausencia o presencia de aceleración resultante.

Categoría 2 - “Dos movimientos sucesivos” diferenciados parcialmente (37,5%)

Los estudiantes de esta categoría identifican correctamente sólo uno de los dos movimientos en cuestión. El 80% identifica el MRUV, pero fallan al identificar la naturaleza del primer movimiento (“a = g” y homologan altura con distancia). Se observa ausencia de la relación “MRU ; v = cte” a pesar de su explicitación en el enunciado. El conocimiento –explícito o implícito– del estudiante sobre las relaciones entre las características del problema y los algoritmos es débil aún. Una solución es la que sigue.

Sin embargo, los pocos que reconocen el MRU fallan en explicitar las condiciones de contorno para el segundo movimiento. Imponen $v_{i2} = 0$ que podemos interpretar como un *conocimiento-en-acción* siguiendo a Vergnaud, llegando a omitir información provista por el mismo texto.

Estos estudiantes no han logrado la articulación de todos los elementos necesarios, característica de la categoría anterior. Las representaciones construidas deben ser, por tanto, más simples y su resolución más limitada. Se observan comportamientos en alguna medida automatizados en los que falta incorporar herramientas de control sobre su comprensión.

<p>(a) $t = \sqrt{\frac{2 \cdot d}{g}}$</p> <p>$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 18 \text{ m}}{10 \text{ m/s}^2}}$</p> <p>$t = \sqrt{(36 \text{ m} / 10 \text{ m/s}^2)}$</p> <p>$t = \sqrt{3,6 \text{ s}^2}$</p> <p>$t = 1,89 \text{ s}$</p> <p>Rta: el tiempo recorrido fue de $t = 1,89 \text{ s}$</p> <p>(b) $a = \frac{v_f - v_i}{t}$</p> <p>$a = \frac{6 \text{ m/s} - 3 \text{ m/s}}{9 \text{ s}}$</p> <p>$a = 3 \text{ m/s} / 9 \text{ s}$</p> <p>$a = 0,33 \text{ m/s}^2$</p> <p>Rta: tiene una aceleración de $0,33 \text{ m/s}^2$</p> <p>(c) $d = v_i \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$</p> <p>$d = 3 \text{ m/s} \cdot 9 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 0,33 \text{ m/s} \cdot 9^2 \text{ s}$</p> <p>$d = \underbrace{27 \text{ m} + 0,16 \text{ m}} \cdot \underbrace{81 \text{ m}}$</p> <p>$d = 4,32 \text{ m} \cdot 81$</p> <p>$d = 349,92 \text{ m}$</p>
--

⁷ Notar que el par ordenado (1, 3) que aparece junto al nombre del resolutor indica la pertenencia a dos categorías: el primero asociado a la categoría relacionada con la representación lograda para la situación física mientras que el segundo corresponde con la categoría para la distancia total.

Rta: Recorre en total 349,92 m

Fabiana (2, 4)

Categoría 3 - "Dos movimientos sucesivos" totalmente indiferenciados (8,5%)

Los estudiantes de esta categoría no identifican correctamente ninguno de los dos movimientos. Han puesto en juego *conocimiento-en-acción* inadecuados al intentar caracterizar ambos movimientos: fallan en identificar la naturaleza del primero ($a=g$ y homologuean altura con distancia) y del segundo ($v_{i2} = 0$). Es decir, se suman las dos posibilidades de error anteriores. Uno de los estudiantes de esta categoría presenta la siguiente solución:

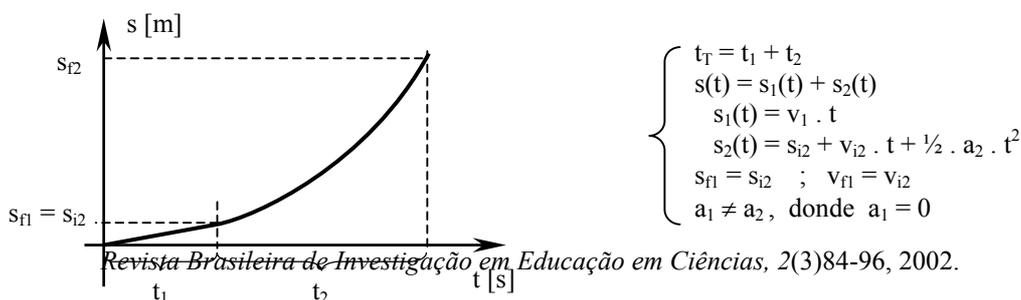
<p>(a) $t = \frac{\sqrt[3]{2 \cdot h}}{g}$</p> <p>$t = \frac{\sqrt[3]{2 \cdot 20 \text{ m}}}{10 \text{ m/s}^2}$</p> <p>$t = \sqrt[3]{40 \text{ m} / 10 \text{ m/s}^2}$</p> <p>$t = \sqrt[3]{4 \text{ s}^2}$</p> <p>$t = 2 \text{ s}^2$</p>	<p>b) $a = \frac{v_f - v_i}{t}$</p> <p>$a = \frac{8 \text{ m/s} - 0}{6 \text{ s}}$</p> <p>$a = 8 \text{ m/s} / 6 \text{ s}$</p> <p>$a = 1,33 \text{ m/s}^2$</p>
<p>c) $d = v_i \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$</p> <p>$d = 0 \cdot 2 \text{ s}^2 + \frac{1}{2} \cdot 1,33 \text{ m/s}^2 \cdot 2^2 \text{ s}^2$</p> <p>$d = 0 + \frac{1}{2} \cdot 1,33 \text{ m/s}^2 \cdot 4 \text{ s}^2$</p> <p>$d = 2,66 \text{ m}$</p>	<p>Cristian (3, 5)</p>

Haber comprendido un enunciado y/o poder reproducir parcial o totalmente un algoritmo base para su solución no garantiza la tan anhelada conceptualización. Se precisa más que una relación adecuada entre la situación física y los esquemas puestos en juego –según Vergnaud– para dominar un área. Las dificultades se han manifestado a través de una gran variabilidad cognitiva, poniendo en evidencia que la presunta sencillez de la noción de distancia total fuera solo aparente. Una adecuada resolución precisa de una importante conceptualización sobre la naturaleza misma del movimiento físico.

2. Representación de la noción de "distancia total"

Cuando se trata de situaciones en las que el alumno no necesariamente dispone de todas las competencias necesarias, la búsqueda de una solución obliga a un tiempo de reflexión y de exploración, para realizar inferencias específicas. Eventualmente las dudas, los intentos frustrados y los mismos aciertos lo llevan al éxito o al fracaso.

En el texto nada se "dice" acerca de la diferente naturaleza de los movimientos implicados ni de las consecuencias físicas del hecho mismo de la continuidad del movimiento físico. Dicha continuidad implica simultáneamente tener en cuenta: la continuidad en el tiempo, en la posición y en la velocidad. El movimiento trata acerca de un proceso que no puede ocurrir "a saltos". Es decir,



$$\left\{ \begin{array}{l} t_T = t_1 + t_2 \\ s(t) = s_1(t) + s_2(t) \\ s_1(t) = v_1 \cdot t \\ s_2(t) = s_{i2} + v_{i2} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot t^2 \\ s_{f1} = s_{i2} \quad ; \quad v_{f1} = v_{i2} \\ a_1 \neq a_2, \text{ donde } a_1 = 0 \end{array} \right.$$

Se considera que la conceptualización que tiene un estudiante de la continuidad del movimiento físico es la que fija o determina el nivel de complejidad de la representación elaborada al resolver. La misma se define a través del grado de interrelaciones efectivas que es capaz de lograr frente a una determinada tarea. Al analizar los datos se han podido determinar diferentes niveles de representación que se han agrupado para este trabajo bajo seis *categorías*:

Categoría 1 D_T - Distancia total como estructura continuativa naciente del movimiento (11 %)

En esta categoría se encuentran los alumnos que incorporan varios de los conceptos fundamentales asociados al movimiento de traslación pero presentan deficiencias en la comprensión de otros.

Parecen evocar un esquema aditivo global claro del tipo $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC}$ aunque no diferencian todos los subsquemas ni han consolidado los conceptos y relaciones necesarios para una resolución completa. Conocen las expresiones adecuadas y utilizan con pulcritud las unidades. Distinguen distancia, movimiento, tiempo, trayectoria, sistema de referencia, sistema de coordenadas, rapidez, dirección, sentido, función, igualdad, covarianza⁸. Mientras no diferencian acabadamente continuidad, reposo, intervalo de tiempo, velocidad, MRU, MRUV, aceleración, ecuaciones horarias. Podría decirse que presentan esquemas “transitorios” surgidos de la combinación y recombinación de los esquemas conocidos.

Dos de ellos consideran que el segundo movimiento comienza desde el reposo mientras los otros dos parecen no diferenciar entre MRU y MRUV. Unos imponen $v_{i2} = 0$ –*concepto-en-acción*– y otros $d_2 = v_{f2} t_2$ –*teorema-en-acción*–. Al parecer no se han consolidado esquemas que den cuenta de la continuidad física del movimiento. No controlan al mismo tiempo todos los aspectos necesarios para una comprensión plena. Una solución es:

$$\begin{aligned}
 4 - a \quad & t = d/v \\
 & t = 20 \text{ m} / 5 \text{ m/s} \\
 & t = 4 \text{ s} \\
 & \text{Tiempo es 4 s} \\
 b - & \\
 & a = \frac{v_f - v_i}{t} \\
 & a = \frac{8 \text{ m/s} - 5 \text{ m/s}}{6 \text{ s}} \\
 & a = 3 \text{ m/s} / 6 \text{ s} \\
 & a = 0,5 \text{ m/s}^2 \\
 c - & \\
 & d = v_i \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\
 & d = 0 \text{ m} \cdot 6 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 0,5 \text{ m/s}^2 \cdot 6 \text{ s}^2 \\
 & d = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \text{ m/s}^2 \cdot 36 \text{ s}^2 \\
 & d = 0,25 \text{ m} \cdot 36 \\
 & d = 9 \text{ m}
 \end{aligned}$$

⁸ La independencia del comportamiento físico de un sistema de todas las convenciones particulares lleva el nombre genérico de *covarianza*. En otras palabras, la descripción de la física es “covariante”, o sea, los resultados físicos descritos o predichos por leyes físicas son independientes de todas las convenciones introducidas por el hombre en su descripción (Roederer, 1963, p 58)

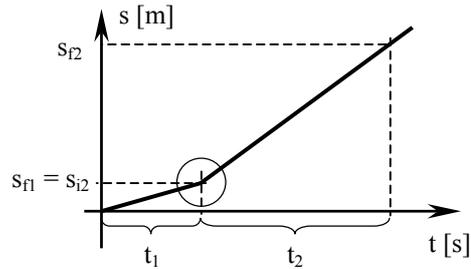
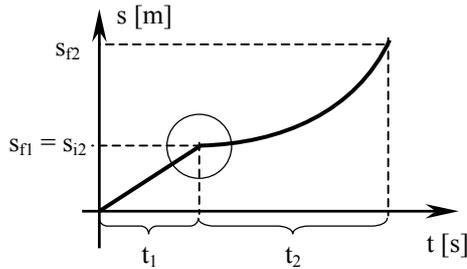
desde A hasta B es = 20 m d total es 29 m
 desde B hasta C es = 9 m

En total recorre 29 m

Néstor (1, 1)

Néstor hace $v_{i2} = 0$ al responder la tercera pregunta a pesar de haber considerado correctamente la v_{i2} en la segunda. Es decir, que no advierte la contradicción.

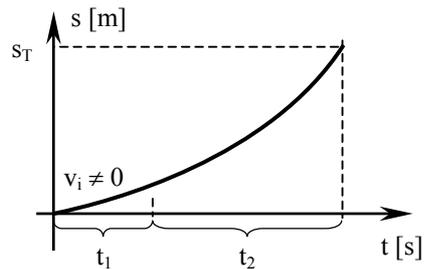
Los alumnos que calculan d_2 (\overline{BC}) como el producto de la velocidad final por el tiempo tampoco han consolidado la noción de continuidad del movimiento físico. Es decir, ambos subgrupos (ver figura) han logrado construir una estructura continuativa en la posición e implícitamente en el tiempo, pero no en la velocidad.



Categoría 2 D_T - Distancia total como estructura continuativa sólo en el tiempo (14%)

Estos alumnos expresan las consecuencias de la continuidad del movimiento físico sólo a través del tiempo. Usan una estructura aditiva para esta magnitud postulando una continuidad, más obvia. Dos representaciones externas de la idea serían:

$$\begin{cases} s(t) = s_2(t_T) = v_{i2} t_T + \frac{1}{2} a_2 t_T^2 \\ t_T = t_1 + t_2 \end{cases}$$



Esta acción de usar el tiempo total no lleva a cualquier conclusión. El vínculo entre la conducta y la representación está dada básicamente por el concepto piagetiano de esquema. Proponen una relación entre el tiempo total empleado y la distancia total recorrida generando un modelo mental "inapropiado" de cómo funciona la naturaleza. Una solución presentada es:

a- $t = d / v$

$$t = \frac{4}{20} \text{ m} / \frac{1}{5} \text{ m/s}$$

$$t = 4 \text{ s}$$

b- $a = \frac{v_f - v_i}{t}$

$$a = \frac{8 \text{ m/s} - 5 \text{ m/s}}{6 \text{ s}}$$

$$a = 3 \text{ m/s} / 6 \text{ s}$$

$$a = 0,5 \text{ m/s}^2$$

c- $d = v_i \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

$$d = 5 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 0,5 \text{ m/s}^2 \cdot 100 \text{ s}^2$$

$$d = 50 \text{ m} + 25 \text{ m}$$

a- la recorrió en 4s

b- tiene una aceleración de 0,5 m/s²

c- Recorre en Total 75 m

$$d = 75 \text{ m}$$

Flavia (1, 2)

Todos trabajan correctamente las unidades y en menor frecuencia utilizan *tiempo total* combinado con algunas variantes como: aceleración promedio ó $v_{i2} = 0$. La organización invariante observada del comportamiento nos permite hipotetizar la presencia de, al menos, un *teorema-en-acción*: $s(t) = s_2(t_T)$ en relación íntima con un *concepto-en-acción*: t_T , ambos esenciales en la constitución de los modelos mentales elaborados.

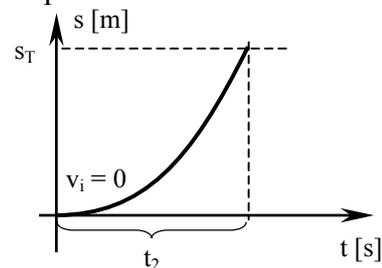
Para Vergnaud (1990, p. 136; 1998, p. 168) es en los *esquemas* que se deben investigar los conocimientos-en-acción, es decir, los elementos cognitivos que hacen que la acción del sujeto sea operatoria. Este grupo de estudiantes parece ilustrar la idea de que el funcionamiento cognitivo de un sujeto o de un grupo de sujetos en una situación dada se basa en el repertorio de los esquemas disponibles formados con anterioridad.

Categoría 3 D_T - Distancia total como magnitud absoluta (32 %)

Ninguno de los estudiantes de esta categoría mantiene una estructura continuativa, ni en la posición ni en el tiempo ni en la velocidad. Parecen “visualizar” el significado de la distancia total asociado con el inicio del movimiento como si todo movimiento debiera comenzar desde el reposo absoluto.

Imponen que el movimiento debe comenzar con velocidad igual a cero ($v_{i2}=0$) desatendiendo lo que el enunciado explicita. La mente no copia lo que el texto expresa, agrega inferencias y realiza omisiones al interactuar con los conocimientos previos. No controlan su producción cognitiva ni han tomado conciencia aún de la arbitrariedad en la elección del origen de coordenadas espacial y temporal. Es decir, no fijaron un sistema de referencia concreto y cierto. Se trataría de una representación evidenciada por la tercera parte de los alumnos de la clase. Hacen:

$$\begin{cases} s(t) = s_2(t_2) = \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot t_2^2 \\ v_{i2} = 0 \end{cases}$$



Pocos estudiantes trabajan correctamente el álgebra. No han logrado afianzar aún el algoritmo matemático. La resolución de Mauro (1, 3) –mostrada en la primera sección– ejemplifica lo expresado. Para los alumnos de esta categoría se hipotetiza el siguiente *teorema-en-acción*: “Todo movimiento comienza desde el reposo” o bien “si algo se mueve, tuvo que empezar con $v_{i2}=0$ ”.

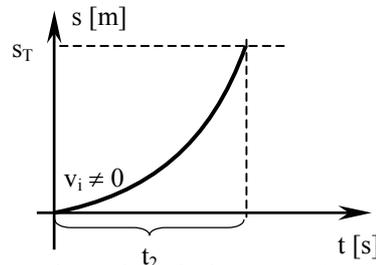
Los alumnos de las dos primeras categorías –1D_T y 2D_T–, a su manera, fijaron un sistema de referencia⁹ (al que consideraron en reposo) describiendo desde allí los movimientos, mientras que las representaciones construidas por los estudiantes de la categoría 3 D_T no están asociadas ni con la continuidad del movimiento físico ni con la covarianza. Deben ser más elementales aún, aunque albergarían –conceptualmente hablando– todavía un atisbo acerca de la noción de distancia total respecto de las categorías siguientes.

⁹ El movimiento no es algo que le suceda a un objeto, sino que ocurre entre dos objetos. Es decir, la condición de movimiento o de quietud es relativa al punto de referencia (Rela et al 1998).

Categoría 4 D_T - Distancia total como magnitud “reducida” (17%)

Los estudiantes agrupados en esta categoría reducen la distancia total a la de distancia recorrida en el segundo movimiento, “olvidando” por completo la distancia recorrida en el primero. Es decir, hacen

$$s(T) = s_2(T) = v_{i2} \cdot t_2 + \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot t_2^2$$



Aparentemente habría aquí una continuidad en la velocidad pero ninguno de ellos lo ha puesto en evidencia en las dos primeras preguntas. Pocos trabajan correctamente el álgebra. La resolución de Fabiana (2, 4) se ilustra en la primera sección.

Categoría 5 D_T - Distancia total “guiada” por datos recientemente calculados (20%)

Usan el tiempo durante el cual transcurre el movimiento rectilíneo uniforme –calculado en el primer apartado– para determinar la distancia total desde la ecuación horaria de un MRUV. Es decir,

$$\begin{cases} s(t) = s_2(t_1) = v_{i2} \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot t_1^2 \\ t = t_1 \end{cases}$$

Además -a veces- hacen $v_{i2} = 0$.

El dato calculado en el ítem a) - t_1 - parece “guiar” míticamente la solución. La acción del sujeto parte del dato calculado al resolver. Es como si este dato tuviera para el alumno un status superior. Realizan un trabajo desprolijo con las unidades y no efectúan un análisis mínimo de resultados. La resolución de Jéssica puede revisarse a continuación para observar dichas características.

(a)	$t = d / v$	
	$t = 20 \text{ m} / 5 \text{ m/s}$	
	$t = 4 \text{ s}$	
b)	$a = \frac{v_f - v_i}{t}$	
	$a = \frac{8 \text{ m/s}}{6 \text{ s}}$	
	$a = 1,33 \text{ m/s}^2$	
c)	$d = v_i \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$	
	$d = 0 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 1,33 \cdot (4)^2$	
	$d = \frac{1}{2} \cdot 1,33 \cdot 8$	
	$d = 5,32$	
		<i>Jéssica (3, 5)</i>

Categoría 6 D_T - “Distancia total” indeterminado (6%)

En esta categoría se encuentran los estudiantes para los cuales no fue posible identificar patrón alguno para la noción de distancia total.

3 - Niveles de comprensión de la situación problemática: combinación de “representaciones”

Hasta aquí se ha efectuado el análisis de una situación problemática presentada en física de nivel medio. La misma muestra dos clases de situaciones -a las que suele enfrentarse un estudiante- básicamente diferenciadas por la disposición o no de las competencias necesarias para un tratamiento relativamente inmediato de las mismas.

Dicha posibilidad ha permitido caracterizar en cada alumno, al menos dos importantes “representaciones” puestas en juego al intentar resolver. Se advierte además el diferente modo de funcionamiento en ambos casos. En una tabla de doble entrada se indican las frecuencias de las combinaciones halladas.

Efectuando una lectura cualitativa de sus filas y columnas, podría decirse que:

- Haber logrado una mejor aproximación a la conceptualización de la continuidad en el movimiento físico ($1D_T$) necesariamente se relaciona con automatizar adecuados esquemas al MRU y MRUV. Sin embargo, utilizar dichos algoritmos no define ni un buen ni único grado de conceptualización.
- Es más frecuente encontrar estudiantes que puedan utilizar adecuadamente los algoritmos relacionados con MRU y MRUV –aunque no hayan consolidado aún la noción de continuidad ($1, 2D_T$) o ($1, 3 D_T$)– que la inversa ($2, 1D_T$) o ($3, 1 D_T$).
- Utilizar la noción de distancia total recorrida como “absoluta” ($3D_T$) no implica necesariamente el dominio en un único nivel los algoritmos relacionado, aunque mayoritariamente los domine.
- No dar muestras de un dominio apropiado de los algoritmos relacionados con los movimientos MRU y MRUV además de considerar que el movimiento parte desde el reposo (categoría 4) se relaciona fuertemente con ideas reduccionistas sobre cómo determinar una distancia total.

<i>Categorías</i>	$1D_T$	$2D_T$	$3D_T$	$4D_T$	$5D_T$	$6D_T$	Total	%
1	4	5	7	1	1	1	19	54
2	—	—	2	5	5	1	13	37,5
3	—	—	2	—	1	—	3	8,5
Total	4	5	11	6	7	2	35	100
%	11	14	32	17	20	6	100	

Tabla Nº 1: Categorías elaboradas para interpretar esquemas desde los algoritmos automatizados versus la generación de modelos mentales al conceptualizar distancia total.

Por lo que puede decirse que en este nivel educativo también la calidad de las representaciones mentales relacionados con la conceptualización del movimiento físico determinan la calidad en la resolución. Del orden del 11% (+ 14%) ha elaborado un constructo algo más acabado sobre dicha continuidad respecto del demandado por la situación problemática, mientras el 54% ha aplicado apropiadamente los esquemas (algoritmos) referidos a ambos movimientos. Es importante advertir que aún tratándose de una situación problemática –parcialmente nueva– algunos estudiantes de nivel medio en su primera física han sido capaces de acercarse a una visión más científica de la solución.

Conclusiones

Cuando se trata de acercar la física y la resolución de problemas de física a “adolescentes” y “preadolescentes” la perspectiva necesariamente cambia. La problemática de su enseñanza trata y ha tratado además de pasar de un conocimiento cotidiano basado mayoritariamente en los sentidos (o en la cultura), trascenderlos, a una forma de conocer determinista por excelencia como es la que caracteriza a la física clásica.

Al analizar contextualizadamente las dos preguntas más convencionales del problema se han elaborado tres niveles de dominio de algoritmos relacionados con situaciones físicas que implican movimientos en una trayectoria rectilínea. Los resultados sugieren que la capacidad de los estudiantes de generar ciertas resoluciones (y no otras) se debe a que han elaborado determinadas representaciones mentales. Más del 50% de los estudiantes ha diferenciado ambos movimientos presentando acciones y una organización invariante del comportamiento. Es decir, que han establecido una relación entre las características del problema y el conjunto de reglas (algoritmos, convenciones) establecidas para resolverlo (Vergnaud 1998).

Por otra parte, la pluralidad representacional ha emergido particularmente en este problema al tener que determinar la distancia total recorrida. Los *conocimientos-en-acción* evidenciados en las soluciones propuestas, según las categorías elaboradas, parecen ser:

- Mítica. El poder de lo calculado. Hacen: $s(t) = s_2(t_1)$ con $v_{i2} = 0$ ó no.
- Reduccionista. Hacen: $s(t) = s_2(t)$.
- Absoluta. Hacen: $s(t) = s_2(t_2)$ con $v_{i2} = 0$.
- Estructura continuativa en el tiempo. Hacen: $s(t) = s_2(t_T)$ con $t_T = t_1 + t_2$
- Estructura continuativa espacial y temporal: $s(t) = s_1 + s_2(t_2)$ con $v_{i2} = 0$ ó $s_2(t_2) = v_f \cdot t_2$

Puede observarse el variado grado de elaboración que presentan los distintos invariantes operatorios contenidos en las representaciones, que van para el movimiento físico desde una primera expresión mítica –diríamos– hasta la manifestación de una estructura continuativa espacial y temporal.

Se advierte un *salto* (Tabla nº 1) entre niveles de aplicación de esquemas en situaciones en que el estudiante dispone –en principio– de las competencias necesarias. El nivel más alto –ambos esquemas correctos– se relaciona con una mejor aproximación a la conceptualización en el movimiento físico y el más bajo con una débil conceptualización. Y aún entre niveles de conceptualización bajos de la continuidad en el movimiento físico, el más alto –distancia total como absoluta– se corresponde más cercanamente con algoritmos apropiados para el MRU y el MRUV. La determinación, en cambio, de la distancia total “guiada” por el dato calculado se relaciona con algoritmos solo a veces adecuados.

De las distintas lecturas comentadas se desprende también que puede tratarse de representaciones independientes. El peso del contenido específico pareciera jugar un rol fundamental. Para Vergnaud la ausencia de una conceptualización adecuada está en el centro del origen de dichos errores. Sólo se logra dicha conceptualización enfrentando las situaciones.

Un valor adicional de la propuesta es que ha logrado un cambio de actitud en los estudiantes. De un total de 38 evaluaciones, 35 estudiantes han presentado alguna solución al problema. El análisis ha permitido identificar con mayor precisión dónde se detiene la resolución de problemas de los distintos estudiantes, advirtiendo los puntos débiles de la misma. Recordemos que ésta ha sido su primera física y que es relativamente frecuente en este nivel educativo una actitud de abandono.

El hecho de presentarse diferentes calidades de solución aporta evidencia empírica sobre la necesidad de buscar más elementos teóricos y metodológicos que permitan desentrañar la estructura fina de las dificultades y los éxitos en la resolución de problemas. En síntesis, mientras los modelos mentales parecen ser idóneos para capturar el carácter único e irreplicable de la experiencia, los esquemas parecen estar especializados en lo predecible y estatuido.

Algunas implicaciones educativas

Nuestros hallazgos se orientan a favor de que la interacción enunciado y conocimientos previos es frecuente fuente de tensiones sobre todo cuando se resuelven situaciones problemáticas que requieren de un tiempo de reflexión y exploración. El planteo y la selección de variadas situaciones en las clases –una de las características de la propuesta didáctica– ha buscado proveer al estudiante oportunidades para que utilice conceptos y relaciones que le permitan predecir el comportamiento de un sistema físico.

Acordamos con Vergnaud en que el dominio de un campo conceptual no ocurre en algunos meses, ni –a veces– en algunos años. Por el contrario, nuevos problemas y nuevas propiedades deben ser estudiados a lo largo de varios años si quisiéramos que los alumnos progresivamente las dominen. De nada sirve intentar evitar las dificultades conceptuales realizando rodeos. Ellas sólo son superadas en la medida que se las encuentra y se las enfrenta, pero eso no ocurre de instantáneamente (1983a, p. 401).

Todo esto quiere decir que es normal que los alumnos presenten tales concepciones y que debieran considerarse como precursoras de conceptos científicos a ser adquiridos. La activación de esos antecesores es necesaria y debe ser orientada por el profesor (Moreira, 2002).

En el campo educativo supone que el énfasis tradicional puesto en la sustitución de conocimiento previo de los alumnos, debe abrir paso a un nuevo énfasis en diseñar cuidadosamente sus contextos de utilización. En la propuesta trabajada se han sentado algunas bases sólidas en las que fundar el conocimiento.

Los resultados obtenidos tras el análisis efectuado son consistentes con lo expresado por Vergnaud en su teoría de los campos conceptuales. Por tanto, acordamos con la idea de que el profesor no puede prepararse para enseñar conocimientos estáticos sino para enseñar nociones cambiantes.

Bibliografía

- ALONSO, M. y FINN, E. (1976) Física. Vol. I. Fondo Educativo Interamericano. México.
- ESCUADERO, C. (1996) *Los procedimientos en resolución de problemas de alumnos de tercer año: caracterización a través de entrevistas*. Investigações em Ensino de Ciências. Brasil, Vol. 1 (3). <http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/revista.htm>
- ESCUADERO, C. y GONZÁLEZ, S. (1996) *Resolución de problemas en nivel medio: un cambio cognitivo y social*. Investigações em Ensino de Ciências. Brasil, Vol. 1 (2). <http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/revista.htm>
- ESCUADERO, C.; GONZÁLEZ, S. y GARCÍA, M. (1999) “*Resolución de problemas en el aula de Física: Un análisis de discurso de su enseñanza y aprendizaje en nivel medio*”. Investigações em Ensino de Ciências, Brasil, Vol 4, nº 3. <http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/revista.htm>
- ESCUADERO, C. (2002) *Representaciones, modelos mentales y su relación con omisiones, aciertos y errores de actuación al resolver un problema universitario de física*. Enviado a publicación.
- ESCUADERO, C. y MOREIRA, M. A. (2002a) “*Teoremas y conceptos-en-acción en clases de física introductoria en secundaria*”. Enviado a publicación.
- ESCUADERO, C. y MOREIRA, M. A. (2002b) “*Representaciones mentales y la resolución de un problem en Física de nivel medio: un primer estudio*”. Enviado a publicación.
- ESCUADERO, C. y JAIME, E. (2002) “*La comprensión de la situación física en la resolución de un problema integrativo*”. Memorias VI SIEF, Corrientes (Argentina).
- FRANCHI, A. (1999). Considerações sobre a teoria dos campos conceituais. En Alcântara Machado, S.D. et al. (1999). *Educação Matemática: uma introdução*. São Paulo. EDUC. pp. 155-195.
- GRECA, I. y MALLMANN, L. (1997). Modelos mentais do conceito de força. Atas do I Encontro Nacional de Pesquisa em ensino de Ciências (I ENPEC), Brasil, pp 280-293.
- GRECA, I. y HERSCOVITZ, V. (2000) “*Construindo intuição em mecânica quântica*” VII International Conference on Physics Education. Porto Alegre, Brasil.
- GRECA, I. & MOREIRA, M.A. (2001). Mental, physical, and mathematical models in the teaching and learning of physics. *Science Education*, 86: 1-16.
- JOHNSON - LAIRD, P (1983) Mental models. Cambridge: Cambridge University Press.
- JOHNSON - LAIRD, P (1990) El ordenador y la mente. Introducción a la ciencia cognitiva. Barcelona, Paidós; p.407.
- LEMKE, J. (1997) Aprender a hablar ciencia. Paidós, Barcelona.
- MASSA, M.; ESCUDERO, C.; GONZÁLEZ, S. y GARCÍA, M. (2000) “*What does a teacher say in a solving problem class?*” International Conference on Physics Education, Barcelona (España), 27 agosto al 1 septiembre.
- MOREIRA, M. A. (1996) “*Modelos mentais*”. Investigações em Ensino de Ciências. Brasil, Vol. 1 (2). <http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/revista.htm>
- MOREIRA, M. A. (2002) “*A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área*”. Investigações em Ensino de Ciências. Brasil, Vol. 7 (1). <http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/revista.htm>
- POZO, J.I. y POSTIGO, Y. (1993) “*Las estrategias de aprendizaje como contenido del currículo*”. En: C. Monereo (Ed.), *Estrategias de aprendizaje: procesos, contenidos e interacción*. Barcelona, Domenech.

- POZO, J. I. y RODRIGO, M. J. (2001) “*Del cambio de contenido al cambio representacional en el conocimiento conceptual*”. *Infancia y Aprendizaje*, 24 (4), 407-423).
- POZO, J. I. (2001) *Humana mente. El mundo, la conciencia y la carne*. Morata, Madrid.
- RELA, A. y SZTRAJMAN, J. (1998) *Física I*. Ed. Aique, Buenos Aires.
- RIVIERE, A. (1991) *Objetos con mente*, Alianza Editorial, Madrid.
- ROEDERER, J. (1963) *Mecánica elemental*. Ed. Eudeba, Bs. As.
- STUBBS, M. (1983) *Análisis del discurso*. Madrid, Alianza.
- VERGNAUD, G. (1982) A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In Carpenter, T., Moser, J. & Romberg, T. (1982). *Addition and subtraction. A cognitive perspective*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum. pp. 39-59.
- VERGNAUD, G. (1983a). Quelques problèmes théoriques de la didactique a propos d'un exemple: les structures additives. *Atelier International d'Eté: Recherche en Didactique de la Physique*. La Londe les Maures, França, 26 de junho a 13 de julho.
- VERGNAUD, G. (1988). Multiplicative structures. In Hiebert, H. and Behr, M. (Eds.). *Research Agenda in Mathematics Education. Number Concepts and Operations in the Middle Grades*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum. pp. 141-161.
- VERGNAUD, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10 (23): 133-170.
- VERGNAUD, G. (1993). Teoria dos campos conceituais. In Nasser, L. (Ed.) *Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro*. p. 1-26.
- VERGNAUD, G. (1994). Multiplicative conceptual field: what and why? In Guershon, H. and Confrey, J. (1994). (Eds.) *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*. Albany, N.Y.: State University of New York Press. pp. 41-59.
- VERGNAUD, G. (1996a). Education: the best part of Piaget's heritage. *Swiss Journal of Psychology*, 55(2/3): 112-118.
- VERGNAUD, G. (1996b). Algunas ideas fundamentales de Piaget en torno a la didáctica. *Perspectivas*, 26(10): 195-207.
- VERGNAUD, G. (1998). A comprehensive theory of representation for mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2): 167-181.
- Nota: Parcialmente financiado por CICITCA (UNSJ, Argentina).

Submetido em 15.03.2002

Revisado em 30.06.2002

Aceito em 31.08.2002