

# O USO DA ANÁLISE MULTIDIMENSIONAL NA PESQUISA EM ENSINO DE CIÊNCIAS (The use of multidimensional scaling in science education research)

**Ileana Maria Greca**

Departamento de Matemática – PPGCIM - ULBRA  
Rua Miguel Tostes 101, Prédio 14 – 92420-280 Canoas, RS  
ilegreca@terra.com.br

**Marco Antonio Moreira**

Instituto de Física – UFRGS  
Caixa Postal 15051 – Campus do Vale – 91501-970 Porto Alegre, RS  
moreira@if.ufrgs.br

## Resumo

Neste trabalho apresentamos o contexto e a forma em que utilizamos a técnica denominada de Análise Multidimensional (AMD) em uma pesquisa sobre conceitos em Mecânica Quântica, na tentativa de fornecer aos pesquisadores subsídios metodológicos que podem enriquecer as investigações em ensino de Ciências.

## Abstract

In this article we discuss the context and the way Multidimensional Scaling (MDS) was used in a research concerning Quantum Mechanics concepts. Our aim is to show how this technique may empower studies in science education.

## Introdução

A análise multidimensional (AMD) (Kruskal, 1964) é uma técnica de análise projetada para representar medidas de similaridade entre pares de objetos, eventos ou entidades mentais, gerados a partir de distâncias reais, estímulos psicológicos, correlações entre testes, etc. Esta análise fornece uma representação gráfica que permite "olhar" os dados e explorar sua estrutura visualmente, possibilitando muitas vezes identificar regularidades que aparecem ocultas quando se estudam arranjos numéricos. O poder da análise multidimensional provém, então, da possibilidade de mapear "espaços mentais" ou psicológicos, permitindo, por exemplo, descrever medidas de similaridade resultantes das semelhanças que as pessoas percebem entre determinados estímulos psicológicos. Dentre os múltiplos usos da mesma -- em áreas tão diversas como a Psicologia, a Sociologia, a Antropologia, a Psicofísica, a pesquisa de mercado, a Lingüística, entre outras -- destacam-se os seguintes (Borg & Groenen, 1997)<sup>1</sup>: representar medidas de similaridade como distâncias em um espaço de baixa dimensionalidade de forma a torná-las acessíveis à exploração visual; avaliar se critérios estabelecidos entre distintos objetos de interesse podem refletir diferenças empíricas entre tais objetos, e descobrir dimensões subjacentes aos juízos de similaridade produzidos pelos sujeitos.

Sob o ponto de vista da análise numérica, para  $n(n-1) / 2$  medidas de proximidade (distâncias, correlações ou similaridades) entre  $n$  objetos (variáveis, conceitos, estímulos físicos ou psicológicos, etc.) a AMD estabelece uma configuração de  $n$  pontos em  $m$  dimensões tal que as distâncias entre os pontos na configuração e as medidas de proximidade sejam relacionadas. Ou

---

<sup>1</sup> Aplicações muito interessantes podem ser encontradas em Romey, Shepard & Nerlove (1972), Arabie, Carroll & de Saibo (1987) e Borg & Groenen (1997), entre outros.

seja, a AMD “mapeia” as medidas de proximidade  $p_{ij}$  nas correspondentes distâncias  $d_{ij}(\mathbf{X})$  do espaço de configuração  $\mathbf{X}$ ,  $f: p_{ij} \rightarrow d_{ij}(\mathbf{X})$ . A distância  $d_{ij}(\mathbf{X})$  é sempre desconhecida, de modo que a AMD deve encontrar a melhor configuração possível do espaço  $\mathbf{X}$  de uma predeterminada dimensionalidade  $m$  sobre a qual são computadas as distâncias.

Uma variante da análise multidimensional é o que se conhece como análise INDSCAL, desenvolvida por Carroll e Chang (Young & Harris, 1996). Este modelo permite que vários conjuntos de dados (matrizes de dissimilaridade) possam ser tratadas em conjunto, supondo que entre elas possam existir diferenças não lineares ou monótonas, dando conta de diferenças individuais no processo de percepção ou cognição que gera as respostas. Assim, o modelo permite determinar uma configuração de grupo no espaço dos estímulos, que é a configuração representativa do grupo pesquisado, e uma configuração no espaço dos sujeitos, que fornece uma distribuição dos sujeitos em relação a essa configuração representativa, permitindo assim analisar diferenças individuais.

Apesar das potencialidades da análise multidimensional, ela tem sido pouco explorada na pesquisa em ensino de ciências (Santos e Moreira, 1991). Neste trabalho nos propomos apresentar o contexto e a forma em que utilizamos esta técnica em uma pesquisa sobre conceitos em Mecânica Quântica, na tentativa de fornecer aos pesquisadores subsídios metodológicos.

### **Justificativa teórica para a escolha dos instrumentos de coleta e técnica de análise utilizados**

Partindo do referencial teórico dos modelos mentais de Johnson-Laird (1983) nos propusemos procurar a forma em que estudantes universitários visualizavam conceitos vinculados à descrição do mundo microscópico. Segundo esta teoria, para cada conceito ou fenômeno, os sujeitos geram um modelo mental (recursivamente modificado) para poder apreendê-los, mas cada um deles parece ser gerado a partir de certos núcleos que direcionam sua formação (Greca e Moreira, 2001). Estes núcleos são elementos relativamente estáveis da estrutura cognitiva dos sujeitos, e, conseqüentemente, não tem o dinamismo próprio dos modelos mentais. Uma estratégia possível para a detecção destes núcleos é a utilizada pela maioria das pesquisas em modelos mentais, a **entrevista**, nas versões clínica ou semi-estruturada (e.g. Vosniadou & Brewer, 1994, Borges & Gilbert, 1998). Durante a mesma, os pesquisadores apresentam aos sujeitos pesquisados problemas, dispositivos ou fenômenos que devem ser explicados, sendo os modelos mentais postulados pelos pesquisadores a partir da análise das explicações emergentes. Para a procura dos núcleos dos modelos mentais deveriam ser encontrados os traços comuns a tais modelos.

As entrevistas, porém, apresentam uma série de dificuldades (Pesa, 1997), que podem ser evitadas envolvendo outras fontes de informação, como documentos escritos dos sujeitos, observações de campo, etc., como já utilizado por nós em trabalhos anteriores (Greca, 1995). No entanto, este tipo de procedimento consome grande quantidade de tempo, tanto no processo de coleta dos dados como na análise dos mesmos. Em particular, para o público-alvo que pretendíamos pesquisar neste trabalho, estudantes de Engenharia alunos das Físicas Gerais, esta questão era relevante. Decidimos, então, recorrer a outro tipo de estratégia, que fosse de fácil aplicação, no sentido de não demandar dos estudantes tempo extra ao do horário de aula, assim como permitir que os próprios professores da disciplina pudessem aplicá-la; ao mesmo tempo, a estratégia devia possibilitar a coleta de uma quantidade suficiente de informação para permitir a procura e a caracterização dos núcleos dos modelos mentais.

Partimos então do seguinte pressuposto acerca dos "núcleos": *se estes determinam como os conceitos ou os fenômenos são percebidos, deverão determinar também se certos conceitos e fenômenos são percebidos como semelhantes ou não. Ou seja, se dois conceitos, fenômenos ou situações são percebidos como semelhantes, é possível que os modelos mentais gerados para compreendê-los contenham elementos comuns e esses elementos devem estar na essência (núcleo) dos mesmos.* Assim, o tipo de associação entre os conceitos trará pistas acerca de quais são os

núcleos. O trabalho de Kearney & Kaplan (1997) na área da Psicologia, defende um pressuposto semelhante. Os autores argumentam que os modelos mentais que os sujeitos possuem para compreender seu meio podem ser considerados como mapas cognitivos, onde os objetos mentais - que representam os objetos e conceitos necessários para pensar sobre as coisas - servem como balizas e as associações entre eles - que são a representação das relações entre os objetos e conceitos do mundo externo - estabelecem caminhos. Assim, entender como os conceitos estão associados pode fornecer indícios de seus modelos mentais.

O grau de relacionamento que os estudantes estabelecem entre certos conceitos ou fenômenos pode ser determinado mediante a utilização de certos testes, sendo os dados fornecidos por estes estudados por várias técnicas, entre elas a Análise de Agrupamentos Hierárquicos (AAH) (Johnson, 1967) e a Análise Multidimensional (AMD), que foram usadas por nós. Os resultados obtidos por estas técnicas possuem, em geral, caráter exploratório (Borg & Groenen, 1997), de forma que a interpretação dos resultados deve ser complementada por outras fontes. Por esta razão era necessário recolher outros tipos de dados que nos permitissem fazer uma análise interpretativa, a idéia sendo que os elementos fornecidos pelos dois tipos de material pudessem ser tratados de forma integrada (Bericat, 2000), dando resultados mais robustos. Construímos assim um instrumento, aplicado antes e depois da instrução, constante de duas partes: a primeira delas, um teste de associação de conceitos e a segunda, formada por três questões que os estudantes deviam resolver (exigindo fazer predições e dar explicações). Pelo seu caráter, a primeira parte seria analisada pelas técnicas AAH e AMD enquanto a segunda o seria através de uma análise qualitativa interpretativa. Além disto, nos pós-testes foi solicitado aos estudantes explicar com suas palavras como entendiam cada um dos conceitos-chave do testes, obtendo assim dados adicionais para a análise interpretativa.

### **A construção do instrumento de coleta de dados**

O teste de associação de conceitos é talvez uma das técnicas para a determinação da proximidade semântica entre pares de conceitos mais amplamente utilizada (Shavelson, 1972; Calderipe Costa, 1980; Moreira e Santos, 1981; Gussarsky & Gorodetsky, 1988). A tarefa dos sujeitos neste teste consiste em escrever logo abaixo de cada um dos conceitos selecionados para a pesquisa - apresentados ao aluno aleatoriamente, cada um no topo de uma folha em branco - tantos conceitos (ou palavras) quantos possam associar ao conceito apresentado. A esta tarefa é dado, geralmente, um certo tempo de resposta; contudo, no caso em foco não foi imposta qualquer limitação temporal. Este tipo de teste apresenta uma série de vantagens que foram consideradas para sua adoção. Por uma parte, os estudantes se sentem a vontade, sem ocorrência de pressões e o amplo espectro das associações que possam surgir pode ser restringido solicitando aos estudantes que se atenham à área em análise. Além disto, ainda que sem impor qualquer limitação temporal, o teste pode ser realizado perfeitamente durante um período normal de aula. Outro fator que influiu na sua escolha é que o mesmo tem sido usado com bastante sucesso na área de ensino de Ciências (em particular pelo Grupo de Ensino do IF-UFRGS, e. g., Moreira & Santos, 1981).

Contudo, ele apresenta também uma série de desvantagens, que colocam em questionamento sua confiabilidade como medida da estrutura cognitiva (Kearney & Kaplan, 1997, p. 594). Relacionamos a seguir as desvantagens mais relevantes e as decisões adotadas para minimizá-las.

- a) Os testes de associação de conceitos se embasam em representações lingüísticas. Para minimizar a eventual supressão de pensamento via imagem, permitimos que os estudantes utilizassem desenhos e explicações adicionais nos testes, o que foi feito por vários deles.
- b) Os participantes do teste devem tratar com um conjunto muito restrito de palavras, geradas por especialistas ou extraídas de livros de texto, as quais podem não ter significado para os estudantes. Três decisões foram tomadas a este respeito: a primeira é que os resultados do exame decorrente dos dados fornecidos por esta técnica não foram interpretados de forma isolada, senão em

comunhão com os da análise interpretativa; a segunda, que os estudantes podiam apresentar esclarecimentos sobre a forma pela qual estavam entendendo (ou não) os conceitos ; e a terceira, que após um estudo exploratório, agregamos conceitos que tinham sido utilizados pelos estudantes e que não apareciam nos testes anteriores.

c) Este tipo de técnica estimula um processamento da informação mínimo, impedindo que os indivíduos explorem e descubram sua estrutura de conhecimento no processo de externalizá-la. Acreditamos que, já que não lhes foi imposta limitação temporal, os estudantes tiveram a oportunidade de gerar esse processo de exploração. De fato observamos que eles raramente seguiam a ordem das folhas, senão que "iam e vinham" conforme os conceitos apresentados eram mais ou menos conhecidos.

Os conceitos-chave foram escolhidos levando em consideração que, além de serem os supostamente mais significativos da área que pretendíamos estudar, cumprissem com certas premissas decorrentes do referencial teórico: o conjunto de conceitos-chave devia conter os conceitos que consideramos fundamentais para entender o mundo quântico, além de conceitos que se vinculassem mais à fenomenologia, de forma a observar se os estudantes vinculavam estes últimos aos conceitos considerados fundamentais. Foram assim elaboradas listas de conceitos com estas características e os conjuntos finais surgiram de discussão com um especialista. Diferentemente de trabalhos mais frequentes na literatura, os critérios usados nos levaram a escolher conceitos não necessariamente vinculados por meio de equações. Nos resultados que apresentamos neste trabalho, quinze conceitos-chaves foram utilizados no teste (aparecendo em vermelho os que consideramos como fundamentais): elétron, estado de um sistema físico, **superposição linear de estados**, função de onda, **dualidade onda-partícula**, **princípio de incerteza**, observável, observáveis simultâneos, autovalores, **resultados de medida**, **probabilidade**, trajetória, tunelamento, efeito fotoelétrico e valor médio

### **Transformação dos resultados em matrizes para a análise**

Os dados fornecidos pelo teste de associação de conceitos foram transformados em um coeficiente de relacionamento (CR) entre pares de conceitos-chave. Foi escolhido o método de Garskof & Houston (1963), já utilizado em outras pesquisas (Moreira e Santos, 1981; Calderipe Costa, 1980; Gussarsky & Gorodetsky, 1988) para determinar o coeficiente. Este coeficiente varia de 0 a 1 e dá a medida da proximidade entre dois conceitos. A validade do coeficiente é fundamentada no fato de que o grau de relacionamento se modifica com a ordem hierárquica dos conceitos ou palavras associadas a eles (quanto mais próximas do conceito-chave estiverem, maior é seu relacionamento). Os coeficientes de relacionamento são calculados para todos os pares de conceitos-chave e colocados sob forma matricial. Com base nas matrizes individuais para cada estudante são calculadas as matrizes médias dos coeficientes de relacionamento para grupos de estudantes. Esta matriz média constitui a matriz de similaridade<sup>2</sup> que depois é submetida à Análise Multidimensional. Os CR, além de permitir a construção das matrizes de dissimilaridade, permitiram atribuir fidedignidade aos testes: a existência de diferenças significativas nos CR médios antes e depois da instrução para cada grupo, dá indícios da fidedignidade do instrumento (Silveira, 1981). Além disto, a existência de diferenças estatisticamente significativas reflete que os estudantes estabelecem de fato relações entre os conceitos-chave escolhidos (Gussarsky & Gorodetsky, 1988), garantindo que a escolha dos conceitos é válida.

---

<sup>2</sup> De fato, não trabalhamos com estas matrizes e sim com as matrizes de dissimilaridade onde os valores de coeficientes complementares aos coeficientes de relacionamento são dados por  $CR' = 1 - CR$ . Isto foi feito pois o *software* (SPSS 8.0) que utilizamos para analisar as matrizes trabalha melhor com as matrizes de dissimilaridade.

## Critérios de significância para as soluções da AMD

Uma vez determinada a matriz similaridade para cada grupo de estudantes pode-se proceder à aplicação da AMD. Porém, antes de utilizar esta técnica nos dados obtidos junto aos estudantes, é preciso resolver algumas questões vinculadas à confiabilidade da análise. Os modelos AMD exigem que cada valor de proximidade seja mapeado exatamente nas distâncias correspondentes, o que elimina a noção de erro. Porém, os dados empíricos de proximidade contêm ruído decorrente da imprecisão das medidas, de efeitos de amostragem, etc.. Isto determina que o mapeamento não seja perfeito, sendo necessário, então, algum critério para estabelecer a qualidade do ajuste conseguido pelo AMD, ou seja, a sua confiabilidade. Tal critério pode ser usado para determinar a mínima dimensão apropriada para uma matriz de proximidade  $n \times n$ , dado que evidentemente nem todas as configurações possíveis (desde a dimensão 1 até a  $n - 1$ ) são relevantes. Ou seja, pode-se mostrar que dadas  $n(n-1)/2$  medidas de similaridade entre  $n$  objetos é sempre possível estabelecer uma configuração em um espaço de  $n - 1$  dimensões, tal que o ajuste seja perfeito, mais isso não é interessante, pois cada dimensão corresponderia a um conceito, e não se obteria nenhuma informação relevante. Para o número de conceitos que usamos esperamos poder encontrar configurações interpretáveis em duas ou três dimensões.

Os procedimentos computacionais para encontrar uma configuração AMD começam com uma configuração inicial, que vai sendo paulatinamente melhorada ao redor desses pontos iniciais em pequenos passos ("iterações"). No modelo AMD por nós usado o coeficiente a minimizar se denomina de S-Stress, que é, em alguma medida, semelhante ao coeficiente de correlação mas ao contrário, pois ao invés de medir a boa qualidade do ajuste, mede quão ruim é a diferença entre as medidas de proximidade e as correspondentes distâncias, sendo, portanto, um bom indicativo do ajuste. Sabe-se que o *stress* varia de acordo com vários fatores (Borg & Groenen, 1997): com o número de pontos (quanto maior é o número de pontos, maior é o *stress*); com a dimensionalidade da solução AMD (maior dimensionalidade, menor *stress*); com os erros nos dados (mais erros implicam em mais *stress*); com a quantidade de dados ausentes (se aumenta o número de dados faltantes, diminui o *stress*) etc. Embora não exista uma regra única, certamente o valor máximo aceitável para este índice será o que corresponde ao critério de significância estatística, garantindo que as configurações obtidas não provenham de uma distribuição aleatória de similaridades. Para determinar os valores do *stress* máximo simulamos matrizes com 10 e 15 elementos geradas aleatoriamente e calculamos a distribuição de probabilidades relacionada. Na Tabela 1 aparecem os valores dos índices *stress*<sup>3</sup> - máximo - e RSQ<sup>45</sup> (coeficiente de correlação ao quadrado) - mínimo - para duas e três dimensões, ao nível de significância estatística  $< 0,05$ , para 299 matrizes aleatórias com 15 elementos (que é o número de elementos das matrizes obtidas dos testes de associação de conceitos aplicados).

	Stress 2D	RSQ 2D	Stress 3D	RSQ 3D
Número de matrizes	299	299	299	299
	0,26	0,55	0,17	0,70

Tabela 1: Valores médios do *stress* e do RSQ para matrizes com 15 elementos.

<sup>3</sup> Na tabela aparece o valor do *stress* como definido por Kruskal, e não do *s-stress*. O *software* utilizado fornece os dois índices.

<sup>4</sup> Os valores obtidos para o *stress* máximo estão na região dos valores calculados por Spence & Ogilvie (1973, apud. Borg & Groenen, 1997)

<sup>5</sup> Lembremos que o quadrado do coeficiente de correlação dá a porcentagem da variância de um conjunto de dados explicada pela configuração obtida.

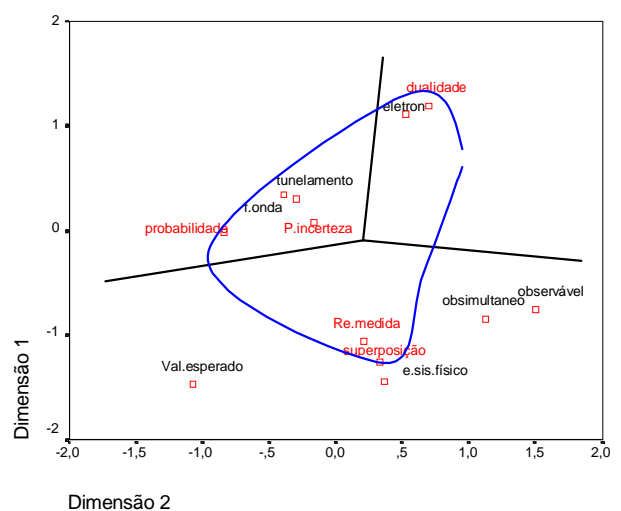
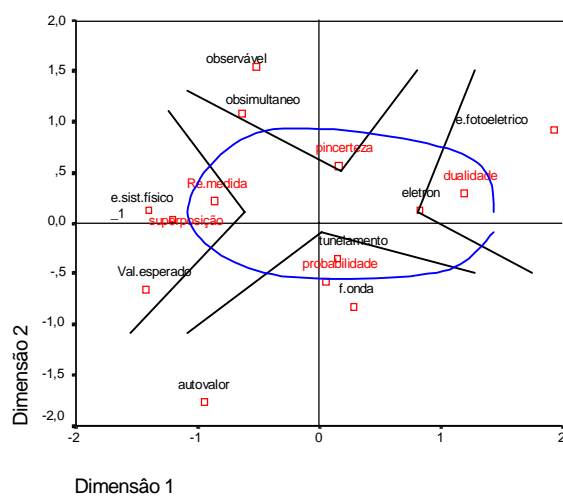
Este foi o primeiro critério a considerar para decidir-se acerca de uma configuração. No entanto, uma mesma matriz pode cumprir com ele em mais de uma dimensão. Neste caso usamos o que Kruskal (1964, apud. Borg & Groenen, 1997, p. 45) denomina segundo critério: "Um segundo critério reside na interpretabilidade das coordenadas. Se uma solução em  $m$  dimensões tem uma interpretação satisfatória e a solução com dimensão  $(m+1)$  não revela qualquer estrutura mais relevante, deverá ser usada somente a solução com  $m$  dimensões". Assim, fizemos uso do critério da interpretabilidade para determinar a importância das dimensões obtidas.

No caso da outra técnica vinculada ao AMD, o INDSCAL, a avaliação da qualidade de seu ajuste não é muito simples. Deve ser considerado o ajuste de cada uma das matrizes, ou seja, analisar se algumas das matrizes individuais ajustam muito mal ou se os ajustes são muito díspares<sup>6</sup> assim como o valor médio do *stress* e do quadrado do coeficiente de correlação de todas elas em conjunto.

### Alguns resultados obtidos

Durante o segundo semestre de 1999 desenvolvemos em duas turmas de Física Geral (denominadas A e B), uma abordagem inovadora para o ensino de conteúdos introdutórios de Mecânica Quântica (Greca, 2000; Greca, Moreira e Herscovitz, 2001). A análise interpretativa do material recolhido com os instrumentos anteriormente descritos, permitiu-nos estabelecer 4 categorias de núcleos a partir dos quais os estudantes visualizavam a fenomenologia quântica: os núcleos de *objeto quântico*, de *objeto quântico incipiente*, *clássico* e *indeterminado*. Nesta seção apresentaremos alguns dos resultados obtidos com o uso da AMD, lembrando que, visto que utilizamos os dados fornecidos pelo AMD de forma a triangular os resultados fornecidos por outras técnicas, faremos referência a isto no texto. Os exemplos apresentados correspondem às matrizes médias de algumas das categorias resultantes da análise interpretativa.

Nas Figuras 1, 2 e 3 aparecem os resultados da (AMD) para a categoria 1 (*núcleo de objeto quântico*) de um dos grupos analisados. A Figura 1 mostra o diagrama resultante em duas dimensões. Neste diagrama os conceitos quânticos que consideramos fundamentais para compreender o mundo microscópico (em vermelho) ocupam uma posição central<sup>7</sup>, e, ao redor de cada um deles, aparecem fenômenos ou conceitos que são explicados a partir desses conceitos mais fundamentais, de forma coincidente com a aceita pela comunidade científica.



<sup>7</sup> Para determinar as "fronteiras" de cada região, ou seja, para determinar que conceitos se encontrariam em cada uma delas, utilizamos os resultados da Análise de agrupamentos hierárquicos correspondente. Os conceitos que aparecem em cada área representam agrupamentos da outra técnica.

Figura 1: Dimensão 2 vs. Dimensão 1 da solução em duas dimensões da AMD para os estudantes da categoria 1, do grupo A (Stress = 0,19; RSQ = 0,81).

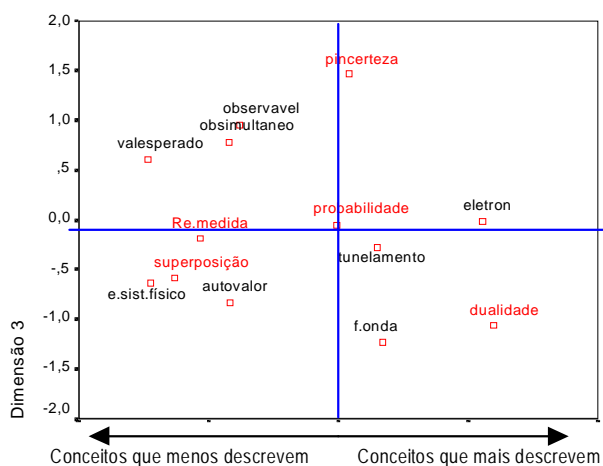


Figura 3: Dimensão 3 vs. dimensão 1 da solução em três dimensões da AMD para os estudantes da categoria 1, do grupo A (Stress = 0,13; RSQ = 0,87).

Figura 2: Dimensão 1 vs. Dimensão 2 da solução em três dimensões da AMD para os estudantes da categoria 1, do grupo A (Stress = 0,13; RSQ = 0,87).

As Figuras 2 e 3 são planos da solução em três dimensões<sup>8</sup>. A Figura 2, onde aparecem as dimensões 1 e 2, repete em grande medida a estrutura que aparece na Figura 1. Na Figura 3, porém, o Princípio de Incerteza aparece um pouco mais próximo do conceito de probabilidade. Assim, podemos distinguir três grandes regiões: uma correspondente à dualidade onda-partícula; outra ao Princípio de Incerteza e uma terceira à superposição de estados.

Em relação à interpretação por dimensões, na Figura 3 os conceitos parecem distribuir-se segundo duas dimensões. Uma delas, que coincide com a dimensão 1, parece separar os conceitos conforme sirvam para descrever, em maior ou menor proporção, distintos fenômenos microscópicos. Denominamos a esta dimensão de "descrição dos fenômenos".

À direita da linha central aparecem os distintos fenômenos, mais os conceitos de probabilidade, Princípio de Incerteza, função de onda e dualidade. Nas explicações dos estudantes a respeito dos fenômenos estes foram os conceitos mais utilizados. Por outra parte, à esquerda da linha central aparecem os outros conceitos que durante as explicações dos fenômenos não foram praticamente utilizados. Se olharmos ao redor da linha central sobre a dimensão 3, podemos ver que os conceitos que ali estão são os que designam diferentes fenômenos; abaixo dela aparecem quatro conceitos que servem para descrever o estado do sistema antes da medição (estado, superposição, função de onda e dualidade), e acima da linha central, conceitos que podem servir para descrever o sistema após a medição (resultado da medida, probabilidade), assim como também conceitos que influenciam o processo de medida (observável e Princípio de Incerteza). Possivelmente esta dimensão esteja relacionada ao problema da medida. Olhando em conjunto as soluções em duas e três dimensões notaremos que três conceitos não aparecem integrados: autovalor, valor esperado e trajetória (este último, aliás, está tão longe dos outros que sequer aparece nos diagramas). Consideramos que isto dá indícios de que os conceitos de autovalor e valor esperado não foram bem entendidos (e, portanto, os estudantes não conseguiram associá-los a outros) enquanto o conceito de trajetória, os estudantes o afastaram dos conceitos que podem ser descritos dentro da fenomenologia quântica. As soluções da AMD parecem mostrar a importância que estes estudantes dão aos conceitos quânticos fundamentais e as relações que estabelecem entre eles. Estos resultados coincidem com os obtidos na análise interpretativa para os integrantes de este grupo: os estudantes

<sup>8</sup> Quando a solução tem mais de duas dimensões, é costume trabalhar com os diversos planos.

desta categoria parecem gerar modelos mentais onde são incorporados os conceitos quânticos de dualidade, princípio de incerteza, distribuição de probabilidades e superposição de estados; descrevem os fenômenos quânticos a partir de princípios mais gerais; conseguem todos fazer previsões e vários deles apresentam explicações satisfatórias (para este nível de instrução) para as questões propostas, estabelecendo também diferenciações entre os conceitos quânticos e clássicos. Todos expressam que as partículas do mundo microscópico podem existir em distintos estados (de um dado observável físico) simultaneamente e que (consequentemente) o resultado de uma medição, em MQ, possui um carácter probabilístico inerente, conseguindo estabelecer as relações apropriadas entre o estado do sistema antes e depois da medida.

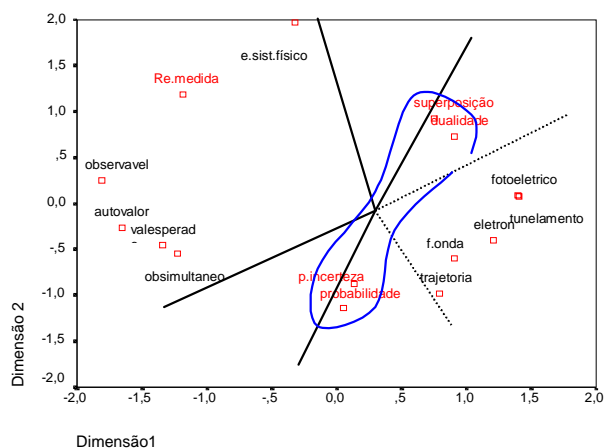


Figura 4: Solução em duas dimensões da AMD para os estudantes da categoria 3, do grupo B. (Stress = 0,25; RSQ = 0,64)

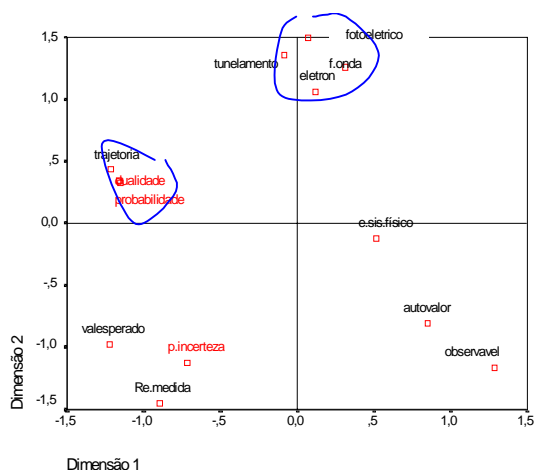


Figura 5: Solução em duas dimensões da AMD, para os estudantes da categoria 4, do grupo B (Stress = 0,25; RSQ = 0,63).

Na Figura 4 aparecem as soluções da AMD em duas dimensões, para os estudantes da categoria denominada de *núcleo clássico* (categoria 3). Podemos observar, primeiramente, que a estrutura central, com regiões apêndices correspondentes aos conceitos principais, dominante no caso anterior, aqui desaparece. Aqui, duas grandes regiões aparecem. A região inferior pode ser dividida em três menores, cada uma delas apresentando as características típicas que tinha sido obtido na análise interpretativa: superposição de estados e dualidade aparecem juntos (superposição de estados como soma dos comportamentos de partícula e de onda); Princípio de Incerteza e probabilidade (dada a posição “incerta” da partícula, só pode-se conhecer a sua posição “mais provável”); e, finalmente, os conceitos de trajetória, elétron, função de onda, tunelamento e efeito fotoelétrico (agregando-se ao conjunto de fenômenos descritos pela MQ o de trajetória). A segunda grande região engloba conceitos vinculados ao problema da medida, sendo que este não surge para os estudantes desta categoria. Segundo a análise interpretativa, os estudantes desta categoria visualizam os fenômenos quânticos a partir de núcleos clássicos (de partícula ou sintético<sup>9</sup>). Os conceitos incorporados a essa matriz são os de dualidade, probabilidade, princípio de incerteza e

<sup>9</sup> Núcleo de partícula clássica - Os objetos quânticos possuem características de partículas clássicas: massa, trajetória definida etc. Assim, por exemplo, o elétron do átomo é visualizado como uma pequena bola que segue uma órbita circular ao redor do núcleo atômico.

Núcleo sintético - Os objetos quânticos possuem ao mesmo tempo propriedades corpusculares e ondulatórias. Por exemplo, o elétron é visualizado como uma partícula que “anda” em uma onda. Evidências da existência destes núcleos foram encontradas em uma pesquisa anterior (Greca e Moreira, 1999).



superposição de estados sendo o significado atribuído a eles, distorcido, pois tentam outorgar significados aos conceitos quânticos desde núcleos pertencentes a outra fenomenologia.

Na Figura 5, aparece a solução da AMD para a categoria 4. Segundo a análise interpretativa, nesta categoria se encontram os estudantes para os quais foi impossível determinar qualquer padrão de resposta. Muitos dos alunos não explicam os conceitos e para aqueles que o fazem, não é possível encontrar uma linha de explicação que permeie vários conceitos. Às vezes estes estudantes apresentam definições clássicas para os conceitos que o permitem (trajetória e probabilidade, por exemplo), mas na maioria das vezes confundem termos e utilizam de forma errada os exemplos. Tais estudantes evidenciam não compreender os conceitos quânticos apresentados e parecem também não fazer tentativas para compreendê-los a partir de núcleos clássicos, diferentemente dos estudantes do grupo anterior. Na configuração apresentada, podemos observar quão afastados estão os conceitos, o que indica uma muito fraca (sem significado) associação entre eles. Os conceitos mais associados parecem ser os que relacionam fenômenos, possivelmente associados através do elétron.

Se a categorização proposta na análise interpretativa for procedente, as matrizes médias de cada categoria deveriam poder diferenciar-se na análise INDSCAL. Para testar isto e, dessa forma, triangular os resultados obtidos, realizamos tal análise para as categorias nos dois grupos em conjunto. Os resultados aparecem nas Figuras 6, 7, 8 e 9 e na Tabela 2 apresentadas a seguir.

A solução em quatro dimensões foi a menor solução com valores do RSQ razoáveis para as matrizes médias de todas as categorias. Na Tabela 2 aparecem estes valores para cada matriz, assim como o valor médio. Lembremos que o quadrado do coeficiente de correlação dá a percentagem da variância de um conjunto de dados explicada pela configuração obtida. No presente caso, a configuração em 4 dimensões permite explicar 54 % da variância de todas as categorias.

As Figuras 6 e 7 apresentam as configurações resultantes no espaço dos sujeitos. A Figura 6 (Dimensão 2 vs. Dimensão 1) mostra que as categorias se diferenciam conforme os sujeitos imponham ou não uma certa estrutura aos conceitos: a Dimensão 1 é mais importante para aqueles que visualizam os fenômenos quânticos desde núcleos quânticos ou clássicos, enquanto a Dimensão 2 parece sê-lo para aqueles para os quais não foi possível determinar qualquer padrão de explicação.

MATRIZ	STRESS	RSQ
1A	0,152	0,661
2A	0,149	0,661
3A	0,189	0,473
4A	0,189	0,483
1B	0,170	0,559
2B	0,172	0,553
3B	0,196	0,419
4B	0,184	0,506
VALORES MÉDIOS	0,175	0,539

Tabela 7.11: Índices de Stress e RSQ da solução em 4 dimensões da análise INDSCAL para as matrizes utilizadas .

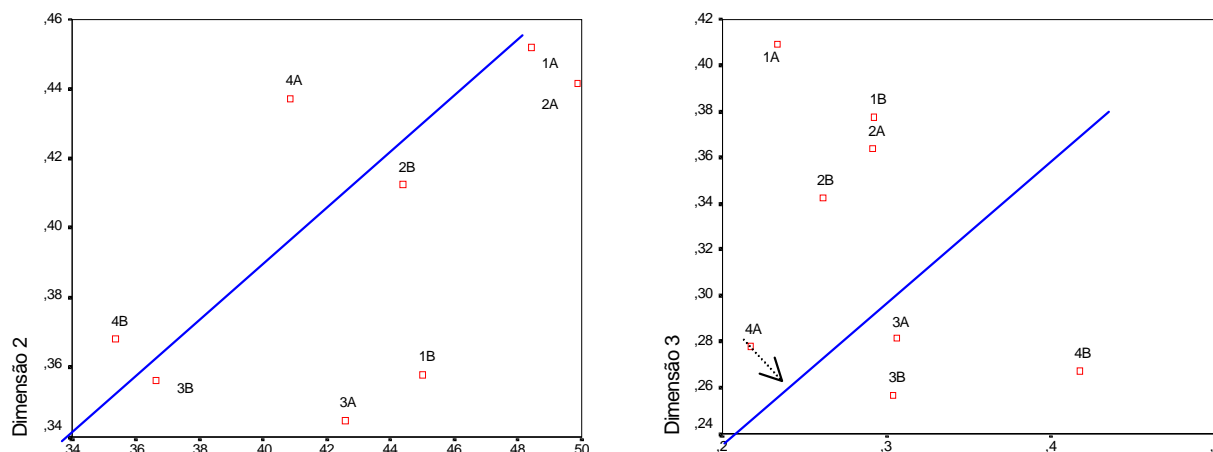


Figura 6: Dimensão 2 vs. dimensão 1 da solução da INDSCAL, no espaço dos sujeitos em 4 dimensões, para as categorias 1, 2, 3 e 4 dos grupos A e B.

Figura 7: Dimensão 3 vs. Dimensão 4 da solução da INDSCAL, no espaço dos sujeitos em 4 dimensões, para as categorias 1,2,3 e 4 dos grupos A e B.

A Figura 7 (Dimensão 4 vs. Dimensão 3) mostra que as categorias também se diferenciam segundo os conceitos sejam vistos desde núcleos quânticos ou não, sendo a Dimensão 3 mais importante para os estudantes das categorias 1 e 2. O ponto correspondente à categoria 4 do grupo A é o único ponto fora desse esquema. A partir destes resultados estudamos a configuração no espaço dos estímulos (conceitos dados), em particular para as Dimensões 3 e 4 que, parece, determinam uma distinção entre as categorias que se afigura relevante<sup>10</sup>. As Figuras 8 e 9 mostram, respectivamente, as configurações no espaço dos estímulos para as Dimensões 3 vs. 1 (fazendo como se a Dimensão 4 fosse nula) e para as Dimensões 4 vs. 1 (fazendo como se a Dimensão 3 fosse nula).

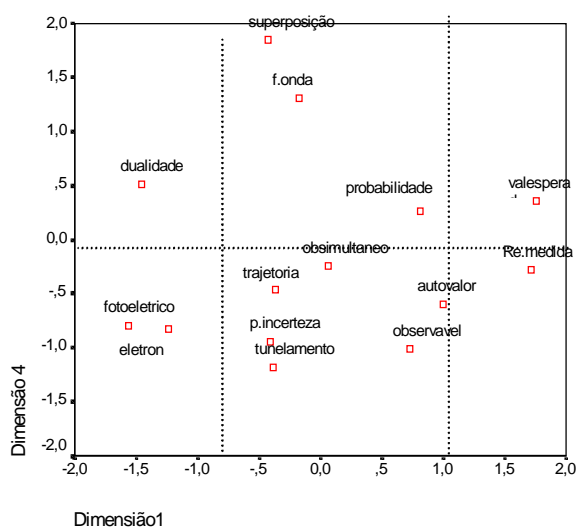
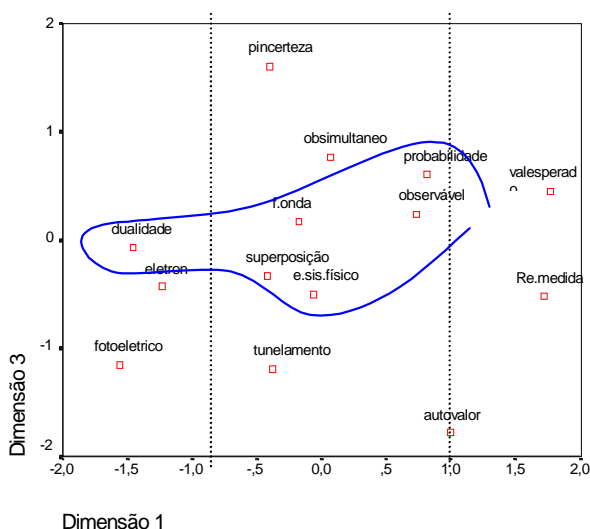


Figura 8: Dimensão 3 vs. dimensão 1 da solução da INDSCAL, no espaço dos estímulos em 4 dimensões, para as categorias propostas dos grupos A e B.

Figura 9: Dimensão 4 vs. dimensão 1 da solução da INDSCAL, no espaço dos estímulos em 4 dimensões, para as categorias 1, 2, 3 e 4 dos grupos A e B.

<sup>10</sup> Em Greca (2000, Apêndice 4) apresentamos um exemplo ilustrando o tipo de análise desenvolvida para a determinação da relevância relativa entre as dimensões.

Nas Figuras 8 e 9 pode-se observar que a dimensão 1 parece dividir o espaço em três porções, que permanecem mais ou menos constantes nas duas configurações. É interessante, portanto, analisar o que acontece com os conceitos segundo as dimensões verticais, que são as que diferenciam os conjuntos de categorias. Nas divisões dos extremos, os conceitos permanecem mais ou menos nas suas posições relativas. É na divisão central que as diferenças mais significativas aparecem. Na configuração da Figura 8, o posicionamento central dos conceitos quânticos fundamentais que caracterizava as categorias 1 e 2, volta a aparecer (estão presentes todos, exceto o Princípio de Incerteza). Em torno deles podemos ainda encontrar regiões constituídas por conceitos mais associados. Como ocorria antes, o conceito de trajetória não aparece no diagrama (i. é, está muito longe dos outros conceitos). Já na configuração da Figura 9 os conceitos que estão muito afastados dos outros são os de superposição de estados e de estado de um sistema, passando o conceito de trajetória a ter uma posição central. Ou seja, enquanto na Figura 8 observa-se uma certa relação e hierarquização entre os conceitos quânticos fundamentais, isto não aparece na Figura 9. Os resultados desta análise, então, coincidem com os delineamentos gerais das análises das categorias.

## Conclusões

Neste trabalho relatamos o uso da AMD em uma pesquisa em ensino de ciências. Os resultados obtidos convergiram com aqueles obtidos em uma análise qualitativa (Greca e Herscovitz, 2001) de outros dados sobre o mesmo objeto de estudo, o que nos dá argumentos de validade para tais resultados.

Creemos que a pesquisa em educação em geral, e a pesquisa em educação em ciências em particular, só tem a ganhar com a triangulação, ou com a complementariedade, metodológica. Saímos de uma época em que toda a pesquisa educacional era essencialmente quantitativa e passamos, em um curto intervalo de tempo, a outra em que os métodos quantitativos foram quase que completamente abandonados. Nos parece que a pesquisa em educação perdeu muito com isso e é hora de resgatar perspectivas quantitativas nos estudos educativos. Obviamente, não se trata de voltar aos velhos delineamentos experimentais, nem de "provar" que um certo tratamento é melhor do que outro em absoluto. Trata-se de triangulação, de tentar responder a questão de pesquisa desde distintas perspectivas metodológicas, gerando respostas que podem ou não convergir, que podem ou não se complementarem, mas que implicam, sobretudo abertura, flexibilidade, riqueza metodológica.

## Referências

- ARABIE, P., CARROLL, J. D., DeSARBO, W. S. *Three-way scaling and clustering*. Newbury Park: Sage, 1987
- BERICAT, E. *La integración de los métodos cuantitativos y cualitativos en la investigación social*. Barcelona: Editorial Ariel. 1998.
- BORG, I., GROENEN, P. *Modern multidimensional scaling: theory and applications*. New York: Springer-Verlag. 1997.
- BORGES, A.T., GILBERT, J. Models of magnetism. *International Journal of Science Education*, London, v. 20, n. 3, p. 361-378, Mar. 1998.
- COSTA, R. C. *Estudo comparativo entre a estrutura do conteúdo e a estrutura cognitiva do professor e do aluno*. Porto Alegre: IF-- UFRGS, 1980. Diss. mest. Física.
- GARSKOF, B., HOUSTON, J. Measurement of verbal relatedness and idiographic approach. *Psychological Review*, Washington, v. 70, n. 3, p. 277-288, 1963.

- GRECA, I. M. *Tipos de representações mentais - modelos, proposições e imagens - utilizadas por estudantes de física geral sobre o conceito de campo eletromagnético*. Porto Alegre:IF-UFRGS. Diss. mest. Física. 1995
- GRECA, I. M. *Construindo significados em Mecânica Quântica: resultados de uma proposta didática aplicada a estudantes de Física Geral*. Porto Alegre: IF-UFRGS. Tese de doutorado em Física. 2000.
- GRECA, I. M., MOREIRA, M. A. Mental models, physical models and mathematical models in the teaching and learning of physics. Aceito para publicação na *Science Education*, 2001.
- GRECA, I.M., MOREIRA, M. A., HERSCOVITZ, V. E. Uma proposta para o ensino de Mecânica Quântica. Submetido.2001.
- GUSSARSKY, E., GORODETSKY, M. On the chemical equilibrium concept: constrained word associations and conception. *Journal of Research in Science Teaching*, New York, v. 25, n. 5, p. 319-333, May 1988.
- JOHNSON, S.C. Hierarchical clustering schemes. *Psychometrika*, , v. 32, n.3, p. 241-254, 1967.
- JOHNSON-LAIRD, P. *Mental models*. Cambridge: Harvard University Press, 1983.
- KEARNEY, A., KAPLAN, S. Toward a methodology for the measurement of knowledge structures of ordinary people: the conceptual content cognitive map. *Environment and Behavior*, Thousand Oaks, v. 29, n. 5, p. 579-617, 1997.
- KRUSKAL, J. B. Multidimensional scaling by optimizing goodness of fit to a nonmetric hypothesis. *Psychometrika*, v. 29, p. 1-27. 1964.
- MOREIRA, M. A., SANTOS, C. A. The influence of content organization on student's cognitive structure in thermodynamics. *Journal of Research in Science Teaching*, New York, vol. 18, n. 6, p. 525-531. 1981.
- PESA, M. *Concepciones y preconcepciones sobre formación de imágenes*. Tucumán: Universidad Nacional de Tucumán, 1997. Tesis.
- ROMNEY, K., SHEPARD, R., NERLOVE, S. (Eds.) *Multidimensional scaling: theory and applications in the behavioral sciences*. New York: Seminar Press, 1972. v.2.
- SANTOS, C. A., MOREIRA, M. A. *Escalonamento multidimensional e análise de agrupamentos hierárquicos*. Porto Alegre: Editora da Universidade, 1991.
- SHAVELSON, R. J. Some aspects of the correspondence between content structure and cognitive structure in physics instruction. *Journal of Educational Psychology*, Washington, v. 63, n. 8, p. 225-234, 1972.
- SILVEIRA, F. L. da. Fidedignidade das medidas e diferenças entre grupos em psicologia e educação. *Ciência e Cultura*, São Paulo, v. 33, n. 5, p. 704-707, maio 1981.
- VOSNIADOU, S., BREWER, W. Mental models of the day/night cycle. *Cognitive Science*, Kidlington, v. 18, p. 123-183, 1994.