

**Márcia Maria Fusaro Pinto**  
UFRJ

**Felipe Pereira Heitmann**  
UFMG

**Teresinha Fumi Kawasaki**  
UFMG

**Ângelo Moura Guimarães**  
UFMG

**Luiz Carlos da Silva Luz**  
UFMG

**Lucas Middeldorf Rizzo**  
UFMG

**Francisco Zucchelli Lott**  
UFMG

## **OBJETOS DE APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA NA INICIAÇÃO CIENTÍFICA DE ALUNOS DE GRADUAÇÃO**

### **MATHEMATICS LEARNING OBJECTS: AN EXPERIENCE OF UNDERGRADUATE STUDENTS IN SCIENTIFIC INITIATION PROGRAMS**

---

#### **RESUMO**

As possibilidades abertas pelas tecnologias contemporâneas para a educação matemática e a demanda por sua incorporação nos processos de ensino e aprendizagem em sala de aula, presencial e a distância, levaram um grupo de estudos e pesquisa sobre o tema a desenvolver objetos de aprendizagem. Da fundamentação teórica e da nossa experiência sobre como desenvolvê-los de modo colaborativo, adotamos metodologia em que sua concepção não é dissociada do seu uso. Iniciamos com ferramentas simples, garantindo agilidade em sua construção inicial. Com base nas reflexões sobre os ambientes de aprendizagem incorporando os objetos produzidos, passamos a desenvolver aplicativos mais elaborados, buscando maior eficiência em plataformas de ensino a distância. Como resultados, apresentamos os objetos produzidos, destacando ainda o nosso próprio crescimento como profissionais.

**Palavras-Chave:** Educação Matemática. Objetos de Aprendizagem. Ambientes de Aprendizagem a Distância.

---

#### **ABSTRACT**

The possibilities offered by the contemporary technologies for mathematics education, and the demand for their inclusion in the teaching and learning in classroom and distant learning, led to the development of learning objects by a study and research group devoted to this issue. Supported by the theoretical foundation and by our experience on how to develop these learning objects in a collaborative manner, we adopted a methodology in which their design is not separated from their use. We started with simple tools, facilitating handiness in the initial elaboration. Due to our reflections on the learning environments incorporating the elaborated objects, we develop a more sophisticated applet, seeking greater efficiency in distance learning platforms. As a result, we present the produced objects, also emphasizing our own professional growth.

**Keywords:** Mathematics Education. Learning Objects. Distance Learning.

Universidade Federal de Minas Gerais

Correspondência/Contato  
Av. Antônio Carlos, 6627  
Pampulha: 31270-901  
BELO HORIZONTE - MG  
revistadocenciadoensinosuperior@ufmg.br

Coordenação

Rede de desenvolvimento de práticas de Ensino Superior – Giz/Prograd

## 1. INTRODUÇÃO

Neste artigo apresentamos os objetos de aprendizagem produzidos durante a execução do projeto “Ambientes de Aprendizagem de Matemática a Distância: fundamentação, concepção e execução”, desenvolvido no período de 2008 a 2010, no Departamento de Matemática da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). O formato, próximo ao de um relato, é importante para recompor sua historicidade e o processo de amadurecimento dos participantes.

Nosso plano inicial propunha, além de leituras teóricas sobre Educação Matemática nas modalidades presencial e a distância, em especial sobre os debates recentes a respeito da noção de objetos de aprendizagem e experimentos de ensino, a concepção e desenvolvimento de ambientes de aprendizagem para o estudo de temas da Matemática dos ensinos médio e superior. A meta era a concepção de oficinas para a educação a distância utilizando computadores, envolvendo alunos de graduação e professores de ensino médio e fundamental na etapa de sua oferta.

Uma reorientação desse objetivo veio atender a uma demanda por utilização de computadores em disciplinas de um curso de especialização para professores de Matemática, oferecido presencialmente pelo Departamento de Matemática (DMat-UFMG<sup>1</sup>). Em resposta a um convite feito pelo coordenador daquele curso, a primeira autora deste artigo assumiu 16 encontros em sala de aula de uma primeira disciplina de Cálculo, com o compromisso de incorporar o uso de computadores nas aulas.

Neste texto, discutimos a fundamentação e o desenvolvimento, que inclui utilização em sala de aula, dos objetos de aprendizagem concebidos para explorar seis temas matemáticos. Iniciamos com a descrição do contexto em que o projeto foi conduzido. Em seguida, trazemos as principais experiências, leituras e referências que sustentaram teoricamente nosso trabalho. Em uma terceira seção, apresentamos os seis objetos produzidos, com destaque para o sexto. Concluimos com algumas reflexões sobre nossa experiência.

O projeto foi coordenado pela primeira autora deste artigo e proposto para Iniciação Científica do segundo autor,<sup>2</sup> àquela época aluno do curso de Licenciatura em Matemática, e de outros dois bolsistas, Lucas Middeldorf Rizzo<sup>3</sup> e Francisco Zuc-

---

1 Departamento de Matemática da Universidade Federal de Minas Gerais. <[www.mat.ufmg.br](http://www.mat.ufmg.br)>

2 Mestrando em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, São Paulo, a partir de 2011.

3 Mestrando em Ciência da Computação, UFMG, a partir de 2011.

chelli Lott,<sup>4</sup> então alunos do curso de Matemática Computacional. Além destes, o grupo contou com a participação do professor Ângelo Moura Guimarães, do Departamento de Ciência da Computação (DCC-UFMG), do então mestrando em Ciência da Computação (DCC-UFMG) Luiz Carlos da Silva Luz e da então aluna de doutorado em Educação (FaE-UFMG) Teresinha Fumi Kawasaki.

## 2. RETOMANDO O CONTEXTO DE PRODUÇÃO

Este projeto inseriu-se como subprojeto nas atividades realizadas pelo Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Novas Tecnologias (GPEMNT- DMat-UFMG). Constituído em 2002, após o retorno da professora Jussara de Loiola Araujo de seu doutorado, o grupo – constituído, em geral, pelas professoras Jussara e Márcia M. F. Pinto, por alunos de graduação do DMat e alunos de pós graduação que se uniam voluntariamente ao grupo – se consolidou em torno da proposta de investigar a comunicação estabelecida entre os diversos atores, alunos, professores, computadores, *software*, etc. envolvidos na realização de atividades em ambientes computacionais por nós especificados (ARAÚJO *et al.*, 2005). Buscávamos, assim, dar continuidade e articular dois outros trabalhos desenvolvidos nos últimos anos: o de Araújo em seu doutorado,<sup>5</sup> e o da primeira autora deste artigo, como coordenadora local de projeto interinstitucional sobre uso de tecnologias no ensino da Matemática.<sup>6</sup>

No período de 2002 a 2007, e sob a coordenação da professora Jussara, buscamos entender e atuar com características de grupo colaborativo (FIORENTINI, 2004). Investíamos no desenvolvimento da autonomia, confiança e respeito mútuo entre os participantes; na escolha voluntária da atividade, dentre as diversas frentes abertas em que metas eram discutidas por todos e responsabilidade na execução acolhendo os diferentes pontos de vista e contribuições, na livre expressão ao compartilhar experiências incluindo as individuais e afetivas, no valor dos aspectos construtivos das críticas. Em reuniões semanais, fundamentamos e preparamos oficinas para serem oferecidas a alunos de graduação, de ensino médio e fundamental. As oficinas não consistiam somente da prática, mas, em geral, eram concluídas com uma discussão teórica, com referência na Educação Matemática, sobre a experiência, envolvendo todos os participantes. Organizamos seminários anuais, como momentos para reflexão e avaliação interna

4 Aluno de Graduação em Ciências Econômicas, UFMG. Bolsista PET Economia.

5 Araújo, J. L. Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática: as Discussões dos Alunos. 2002. 173 f. Tese (Doutorado) – Inst. de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

das nossas atividades durante o ano; e por vezes, nesses encontros, pesquisadores de outras instituições participaram como convidados, trazendo a pesquisa desenvolvida por outros grupos e contribuindo com avaliadores externos. Fomos contemplados pelo Edital Universal CNPq, sob a liderança da então coordenadora do grupo, e orientamos alunos vinculados a projetos de aperfeiçoamento discente,<sup>7</sup> de graduação,<sup>8</sup> de iniciação científica<sup>9</sup> e de extensão.<sup>10</sup> Esse último subprojeto envolvia também professores de ensino médio e fundamental em serviço que se interessavam pelo uso de tecnologias em sala de aula. Tal experiência foi acompanhada, ao longo de três anos, pela então aluna de pós-graduação em Educação Teresinha Fumi Kawasaki,<sup>11</sup> um dos membros fundadores do grupo, e está documentada e analisada em sua tese de doutorado. Ainda, a participação dos alunos bolsistas apresentando os projetos e atividades do grupo na Semana de Graduação<sup>12</sup> resultou em sucessivas premiações.

Em julho de 2008, a então professora coordenadora afastou-se em estágio de pós-doutoramento. Com o compromisso de manter o grupo em atividade até o seu retorno, a primeira autora deste artigo assume sua coordenação, com o plano de dar continuidade ao programa que já desenvolvíamos, mas agora com o foco na educação a distância (EaD).

Foi durante essa transição que aconteceu o convite da coordenação do Curso de Especialização para Professores de Matemática, com ênfase em Cálculo, para assumirmos a responsabilidade de uma das disciplinas do curso. Esse convite representou não apenas uma primeira oportunidade de abordagem de conteúdos matemáticos trabalhados em instituições de ensino superior, mas também um reconhecimento dos colegas do Departamento de Matemática dos trabalhos desenvolvidos pelo GEPEMNT até então. Por outro lado, tal contexto significou uma reorganização em nosso trabalho no grupo, por limitar *a priori* a escolha e discussão de atividades em decorrência do

---

6 ENIBAM-ProTeM-CNPq. Ensino Informatizado em Tópicos Básicos de Matemática. Processo Institucional número 680072/99-3. Vigência 1999 a 2001.

7 PROGrad/UFMG – Ambientes de Aprendizagem de Matemática com Computadores.

8 PROGrad/UFMG – Ambientes de Aprendizagem de Matemática a Distância: fundamentação, concepção e execução.

9 PIBIC/CNPq – Ambientes de Aprendizagem de Matemática a Distância: fundamentação, concepção e execução.

ProBIC/FAPEMIG – Ambientes de Aprendizagem de Matemática a Distância: fundamentação, concepção e execução.

10 PROEx/UFMG – Novas tecnologias e Educação Matemática na formação continuada de professores de Matemática.

11 Kawasaki, T.F. Tecnologias na sala de aula de matemática: resistência e mudança na formação continuada de professores. 2008. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, Minas Gerais.

breve tempo para sua produção. Além disso, fizemos um deslocamento da trajetória, da EaD para o ensino na modalidade presencial. Contudo, não excluimos da concepção das atividades a possibilidade de estas serem aplicadas na modalidade a distância.

Da análise do plano de curso da disciplina a ser ministrada e cronograma de trabalho, seis objetos de aprendizagem foram projetados e desenvolvidos, para compor ambientes focando tópicos específicos da disciplina. Seleccionamos temas importantes para a compreensão de conceitos básicos e sobre os quais já havíamos iniciado algum debate, em encontros anteriores do grupo. Do conteúdo matemático a ser lecionado, foram escolhidos os tópicos: números reais, limites de sequências, logaritmos e integrais, translação de gráficos e contração e expansão de curvas por meio de variação de parâmetros em equações e família de funções. O processo de concepção dos objetos referentes aos quarto e quinto temas foi acompanhado por um aluno de mestrado em Ciência da Computação e sua análise, apresentada em sua dissertação.<sup>13</sup> Além disso, um sexto objeto foi protótipo para posterior elaboração de um *applet*, desenvolvido para ser utilizado na EaD. Assim, sua produção contemplou o objetivo inicial do projeto que tinha foco principal na EaD. Resultados parciais deste trabalho estão em Heitmann (2008a; 2008b), Rizzo e Heitmann (2009), Rizzo *et al.* (2009), Heitmann e Pinto (2009; 2010a; 2010b).

### 3. A FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A concepção e desenvolvimento dos objetos foram referenciados nos estudos teóricos e nas experiências anteriores com oficinas utilizando computadores, desenvolvidos pelo GEPEMNT. Mantivemos a intenção de abordar os conceitos matemáticos utilizando múltiplas representações, em ambientes de aprendizagem com computadores que favorecessem cenários para investigação (SKOVSMOSE, 2000). Ou seja, buscando formular questões como convites para constituir ambientes em que o aluno é levado a explorar, levantar conjecturas e buscar justificativas. Ao adotar a perspectiva de Skovsmose, entendemos um ambiente de aprendizagem como aquele que envolve todos os atores, metodologia, conteúdo, atividades, materiais (que incluem os objetos de aprendiza-

---

12 Primeiro lugar dentre os projetos do Programa de Aprimoramento Discente, IX Semana de Graduação, 2005; Honra ao Mérito dentre os projetos de Graduação, X Semana de Graduação, 2006; Menção Honrosa XI Semana de Graduação, 2007.

13 LUZ, L.C.S. MMPE: um método de modelagem de processo educacional baseado na modelagem de processo de negocio e na teoria da atividade. 2009. Dissertação de Mestrado. Departamento de Ciência da Computação, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, MG.

gem), fundamentação teórica, etc., em que ocorre uma situação de ensino-aprendizagem.

Para lidar com a noção de objeto de aprendizagem optamos pela conceituação trazida em Audino e Nascimento (2010) em seu trabalho de análise de diversas definições diferentes do termo. Segundo eles, objetos de aprendizagem são:

[...] recursos digitais dinâmicos, interativos e reutilizáveis em diferentes ambientes de aprendizagem elaborados a partir de uma base tecnológica. Desenvolvidos com fins educacionais [...] devem reunir várias características, como durabilidade, facilidade para atualização, flexibilidade, interoperabilidade, modularidade, portabilidade, entre outras. (AUDINO; NASCIMENTO, 2010, p. 141)

Do ponto de vista técnico, utilizamos o GeoGebra,<sup>14</sup> uma ferramenta simples, que não exige conhecimentos de programação de computadores para desenvolver os *applets* que compunham os nossos objetos de aprendizagem matemática manipuláveis e multiplataforma. Tecnicamente, desenvolver objetos multiplataforma, ou seja, que funcionem de forma idêntica, independentemente do sistema operacional utilizado, e que, além disso, rodem diretamente no navegador de internet, sem necessidade de instalação do aplicativo na máquina, possibilita reduzir as dificuldades técnicas de implementação desse tipo de objeto de aprendizagem, em especial na EaD.<sup>15</sup>

Além das características técnicas, o estudo da teoria sobre representações em Moreno-Armella, Hegedus e Kaput (2008) refinou nosso olhar ao desenvolver e analisar os objetos de aprendizagem concebidos. Esses autores caracterizam representações *estático-inerte* (quando estas são fundidas à mídia, como nos livros didáticos), *estático-cinético-estético* (quando estas podem ser apagadas, coloridas, reorganizadas de algum modo, como na escrita em um quadro-negro), *estático-computacional* (quando representadas no computador, já possibilitando interação, mas de modo estático, como em apresentações de gráficos e tabelas), *dinâmico discreto* (quando o computador é utilizado de forma mais fluida; porém a representação é criada a cada interação do usuário com a máquina, como numa série de gráficos gerada a partir da variação de um parâmetro em uma função), e, por fim, *dinâmico contínuo*. Esta última categoria de representações refere-se à possibilidade aberta pela tecnologia contemporânea de criar ou manipular de forma contínua uma representação matemática – como arrastar objetos pela

---

14 Software de Geometria Dinâmica e Álgebra, que permite construções de objetos geométricos, gráficos de funções e equações, e relações entre esses objetos, além de recursos como animação e criação automática de applets multiplataforma em Java. Disponível em <http://www.geogebra.org>

tela ou traçar um gráfico em tempo real a partir de um sensor de movimento. Os softwares de geometria dinâmica são exemplos de ferramentas que possibilitam representações nesta categoria.

Os autores apontam que o uso de representações de estágios dinâmicos, além dos estágios estáticos com os quais já convive, possibilita ao aluno desenvolver uma relação pessoal com os objetos matemáticos, além de reestruturar os processos do pensamento simbólico-matemático, acrescentando novas formas de representação de um mesmo objeto/conceito matemático. A amplitude da compreensão dos conceitos matemáticos passa, segundo esses autores, pela capacidade de lidar com o objeto matemático utilizando múltiplas representações, em especial as algébricas e visual/geométricas, em diferentes estágios de desenvolvimento.

Sensibilizados por Borba e Villareal (2005), já discutido em nosso grupo, e pelos instrumentos ao nosso alcance, estivemos atentos ao desenvolvimento de objetos que potencializassem representações em estágios dinâmico discreto e dinâmico contínuo. A nossa experiência como professores, alunos e a literatura de pesquisa na área de Educação Matemática ressaltam dificuldades no entendimento dos temas matemáticos que selecionamos (ver, por exemplo, TALL, 1991; PINTO, 1998).

#### 4. OS OBJETOS DE APRENDIZAGEM: UM POUCO MAIS SOBRE SEU DESENVOLVIMENTO

Os objetos *Números Reais*, *Limites de seqüências*, *Área abaixo de curvas*, *Translações de Curvas*, *Contrações e Expansões de Curvas*, *Música e Matemática* e, por fim, o *Harmonia e Matemática* foram concebidos com a intenção de serem integrados a ambientes de aprendizagem com um roteiro de atividade, ou uma pergunta formulada pelo professor/pesquisador, que instigasse os professores/alunos a explorar e compartilhar sua experiência com o grupo, apresentando conjecturas e buscando justificativas para elas.

Em particular, o processo de concepção e desenvolvimento dos objetos de aprendizagem *Translações de curvas* e *Contrações e expansões de curvas* foi modelado, acompanhado e apresentado como estudo de caso em uma dissertação de mestrado em Ciência da Computação (LUZ, 2009). As motivações da pesquisa de Luz referem-se a dificuldades relacionadas ao campo de desenvolvimento, seleção e avaliação dos sof-

---

15 Os objetos de aprendizagem utilizando o Geogebra foram desenvolvidos pelo segundo autor deste artigo.

twares educacionais,<sup>16</sup> e, em especial, à sua adequação à metodologia de trabalho do professor.<sup>17</sup>

Luz (2009) propõe duas metodologias que, juntas, capturam, em seu entendimento, os requisitos de sistema e os requisitos de software que pretendem apoiar adequadamente um processo educacional específico: a Modelagem de Processo de Negócio (MPN), que consiste em uma metodologia para documentar os processos de negócio e elaborar um conjunto de diagramas que explicitam diversos aspectos importantes do negócio; e a Teoria da Atividade (TA), para compreender as atividades humanas mediadas por artefatos culturais. Luz acompanhou o grupo durante a elaboração dos objetos mencionados, estabelecendo um processo de levantamento e de análise de requisitos para orientar e sistematizar o processo de informatização das atividades educacionais e obter requisitos de software e de sistema, visando à elaboração de objetos de aprendizagem que atendessem às características e aos objetivos educacionais das atividades e dos processos educacionais que seriam apoiados por eles.

Após concebermos o quinto objeto, *Contrações e expansões de curvas*, surgiu o interesse em desenvolver outro para trabalharmos com esse mesmo conceito, em contexto de Educação a Distância. Desta vez, discutimos a conveniência de trazer uma relação com um fenômeno externo à Matemática. Foi desse debate que os objetos de aprendizagem *Música e Matemática* e sua versão *Harmonia e Matemática*, escrito em linguagem *Java*, incorporaram a proposta de ter o fenômeno do som como ponto de partida.

No que segue, descrevemos cada objeto que fomos capazes de produzir.

### *Números reais*

Este primeiro objeto de aprendizagem tem como foco a representação decimal de números reais, bem como a correspondência do número real na reta numérica e a noção matemática de continuidade da reta em si.

---

16 É necessário saber identificar em que momento eles serão utilizados e quais suas funcionalidades e características para atender adequadamente os processos educacionais em que eles estão inseridos.

17 De fato, uma eventual não definição de um paradigma educacional e a ausência de um amplo entendimento dos processos educacionais estabelecidos, tanto para o professor quanto para os desenvolvedores de software, dificulta a identificação de requisitos de software e resulta por vezes em inadequações em seu desenvolvimento para apoiar os processos educacionais do qual eles farão parte.



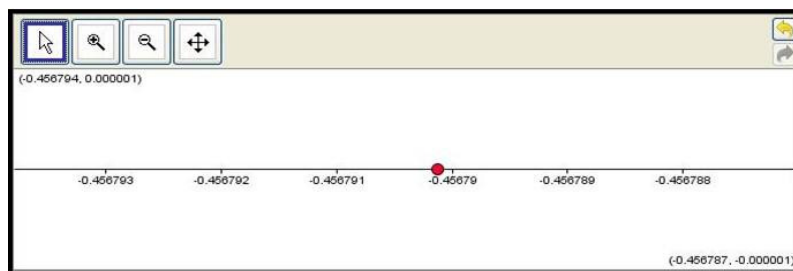


Figura 1: Objeto de aprendizagem *Números Reais*

Apresenta *applet* simples (Figura 1), que permite a movimentação de um ponto sobre uma reta numerada. Os botões disponibilizados pelo objeto permitem a movimentação do ponto sobre a reta, a ampliação e redução do zoom sobre uma região selecionada e a alteração dos limites de visualização da tela do gráfico.

A proposta no roteiro de atividades convida o aluno a utilizar aproximações sucessivas para tentar descobrir a coordenada do ponto selecionado sobre o eixo, ou uma melhor aproximação para ela. Durante a concepção do objeto, a limitação do software, em apresentar no máximo seis casas decimais, foi fonte de debate em nosso grupo. Optamos por levar a questão e discuti-la com os professores/alunos<sup>18</sup> durante a atividade, uma vez que seu objetivo era ressaltar que os números reais, aqui relacionados a pontos em uma reta, nem sempre podem ser expressos como decimais finitas. Desse modo, nem sempre seria possível, qualquer que seja o software, determinar/expressar a coordenada de um ponto arbitrário sobre a reta em sua representação decimal; o que remete a discussões teóricas sobre o tema.

### *Limites de sequências*

Um pouco mais elaborado em termos técnicos que a tela *Números Reais*, esse objeto (Figura 2) foi concebido com o objetivo de trabalhar visual e algebricamente o conceito formal de *Limite de sequências* (CORY, 2005). Este objeto possibilita a alteração dos valores de  $\epsilon$  (pequena barra de seletor no lado superior, à direita) tanto na tela algébrico-numérica, modificando o parâmetro numérico (representação dinâmico discreta), quanto na tela de gráfico, arrastando o ponto sobre a barra de seletor (representação dinâmico contínua).

18 Por se tratar de um curso de Especialização para professores de Matemática, nesse texto, chamamos nossos alunos como professores/alunos.

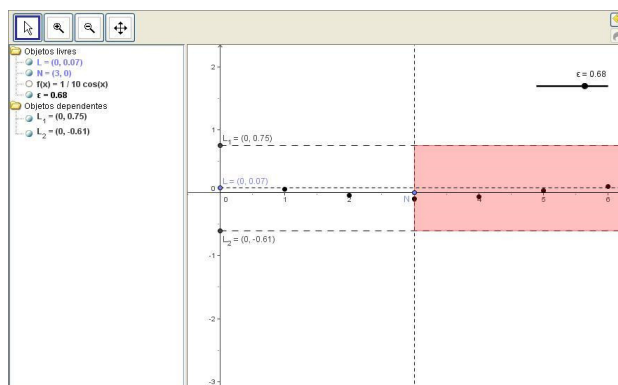


Figura 2: Objeto de Aprendizagem *Limites de Sequências*

Além disso, possibilita observar, em tempo real, o resultado gráfico da alteração do valor numérico, expresso pela faixa determinada pelos valores  $L_1$  e  $L_2$  (extremos superior e inferior da faixa) em torno do valor  $L$  do limite. Uma exploração aumentando o valor de  $N$  pode conduzir à ideia de estabilização dos termos da sequência em torno de  $L$ . Os recursos implementados podem resultar em uma intuição dinâmica do conceito de limite consistente com a definição formal, apresentadas nos textos de Análise Real.

### Área abaixo da curva

Nesse objeto, a intenção é a de possibilitar o cálculo aproximado da área abaixo do ramo da curva gráfico de  $y = 1/x$ , com  $x > 0$ .

Um roteiro de atividades (PINTO; KAWASAKI, 2008) propõe sua utilização para investigar relações entre os valores das aproximações de áreas especificadas e para construir uma “tábua de logaritmos”. A possibilidade de preencher uma região abaixo da curva com retângulos (Figura 3) é investigada, com o uso da ferramenta zoom, que permite visualizar lacunas entre a coleção de retângulos e a região sombreada abaixo da curva.

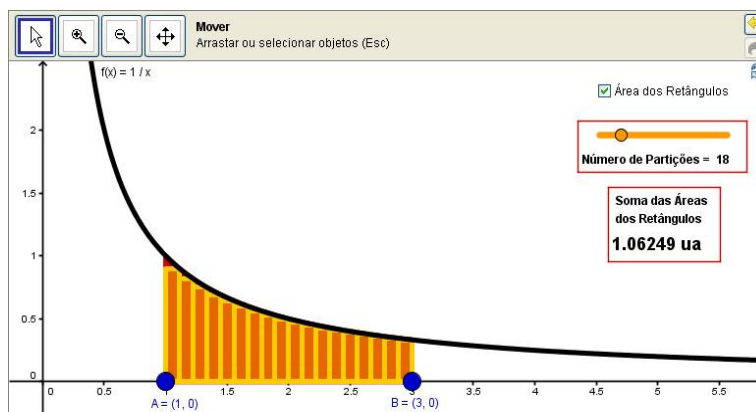


Figura 3: Objeto de Aprendizagem *Área abaixo da curva*

Explorações dessas representações dinâmicas articulam-se à noção de limite estudada anteriormente e preparam estudos posteriores, tais como o do conceito de integral definida e o da função área, importante para o enunciado do teorema fundamental do cálculo.

### *Translações de curvas*

Mais elaborado que os anteriores, o próprio objeto desenvolvido inclui um roteiro de atividades: os textos na tela foram dispostos sequencialmente, com sugestões de exploração e dicas sobre como realizá-las (ver Figura 4). Tal organização possibilita o percurso isolado de um indivíduo, seguindo passos do roteiro a cada etapa, e nos pareceu àquela época adequada para um ambiente de EaD. Essa decisão resultou em uma mudança qualitativa substancial na dinâmica da atividade.

Na proposta, buscamos instigar o estudo da variação dos parâmetros de uma função quando seu gráfico, já representado no plano cartesiano, é transladado, concomitante à exploração de diferentes funcionalidades do objeto. Tais como a possibilidade de exibição ou não de eixos, de pontos sobre curva e do gráfico não transladado, de movimentar um ponto sobre a curva original e observar o que acontece com as coordenadas do ponto correspondente na curva transladada. O roteiro convida também a movimentar o gráfico vertical ou horizontalmente, no plano virtual, utilizando o teclado.

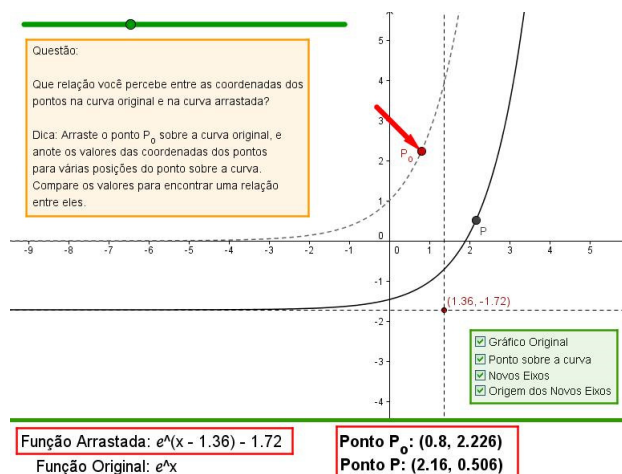


Figura 4: Objeto de Aprendizagem *Translações de Curvas*

Por meio de tais explorações de representações em estágio dinâmico contínuo, a expectativa é a de que o aluno perceba as relações entre o movimento do gráfico (representação visual) e a variação dos parâmetros da função (representação simbólico/algébrico).

### *Contração e expansão de curvas*

Assim como as translações, as expansões e contrações de curvas podem ser estudadas relacionando-as à variação dos parâmetros de suas equações na tela do computador. No caso de curvas periódicas, como as do gráfico da função seno, características como período e amplitude podem também ser discutidas.

O objeto de aprendizagem *Contrações e expansões de curvas* (Figura 5) permite estudar esses aspectos de forma dinâmica. Nele, o aluno pode manipular os três pontos assinalados e determinar a amplitude, o período e transladar a curva senoide, relacionando tais movimentos às alterações nos parâmetros de sua expressão algébrica.

Um roteiro de atividade propõe aos alunos mover os pontos assinalados e explorar relações entre tais movimentos e os parâmetros das equações algébricas correspondentes. Esse objeto de aprendizagem possibilita a manipulação do gráfico, simulando a sensação de “arrastar e esticar” uma curva senoide.

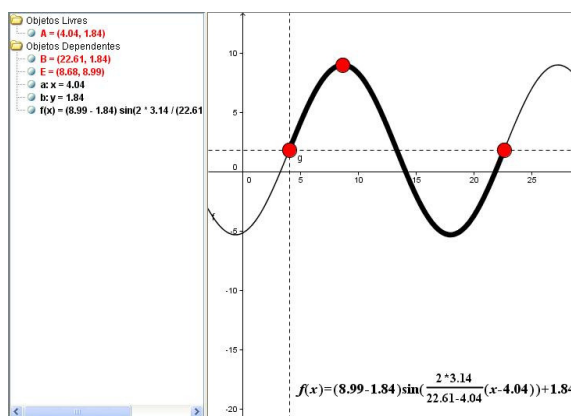


Figura 5: Objeto de Aprendizagem *Contrações e Expansões de Curvas*

### Música e Matemática

O objeto de aprendizagem *Música e Matemática* reutilizou recursos do *Contrações e Expansões de curvas* para explorar, por meio das relações entre matemática e música, algumas propriedades das curvas periódicas propostas para estudo naquele último.

Nessa nova versão (ver Figura 6), optamos pelo uso de notas musicais representadas em um piano para explorar o “fenômeno matemático” por meio das mudanças em curvas que representam cada som emitido por uma nota musical. Em nossa idealização do ambiente de aprendizagem a ser constituído, a expectativa é a de que as notas musicais sejam o objeto inicial de exploração e investigação pelo aluno; e que ele, ao interagir com o objeto de aprendizagem projetado, estabeleça relações entre as diversas representações algébricas e gráficas da contração e expansão de curvas.

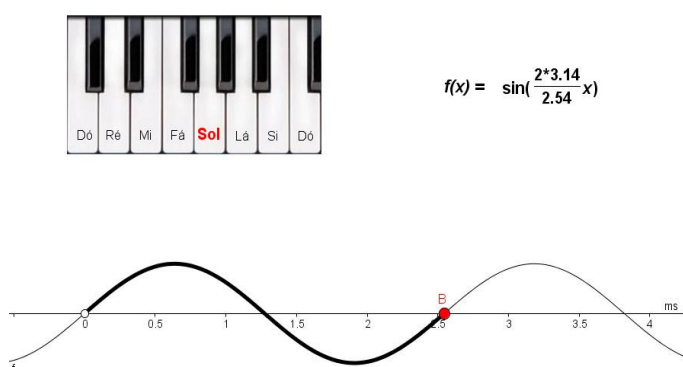


Figura 6: Objeto de Aprendizagem *Música e Matemática*

O objeto possibilita a movimentação de apenas um ponto sobre o eixo, que determina o período da curva. A partir dessa manipulação, é possível que o aluno relacione tanto a posição do ponto B no eixo com uma nota musical correspondente quanto

tal posição e/ou nota musical com o parâmetro da expressão algébrica respectiva da curva.

Por fim, reestruturamos o *Música e Matemática*, elaborando o *Harmonia e Matemática*, em linguagem Java.<sup>19</sup> A intenção foi a de desenvolver um ambiente que não tivesse as limitações dos objetos desenvolvidos anteriormente no GeoGebra, identificadas em observação de campo durante oficinas que os utilizaram. Entre estas, citamos algumas:

- Impossibilidade de representar um número com mais de seis casas decimais.
- Dificuldade de uso do teclado para interação com o objeto.
- Dificuldade na inserção de caixas de texto dentro do objeto de aprendizagem.
- Ausência de recursos sonoros.
- Dificuldades na realização de manipulações que envolvam múltiplas representações, por exemplo, alterar simultaneamente valores numéricos nos parâmetros e arrastar o gráfico.

Em especial, o *Harmonia e Matemática* possibilitou o uso de recursos sonoros, o que nos pareceu apropriado ao tema tratado – relação entre a música e a matemática. Essa relação pôde ser melhor explorada usando esse tipo de recurso, aproveitando as funcionalidades da linguagem Java, que possibilitam a execução de sons.

## 5. REFLEXÕES

Ao explorarmos os múltiplos estágios de desenvolvimento de representações, de forma a possibilitar a compreensão mais ampla dos conceitos matemáticos apresentados, desenvolvemos objetos de aprendizagem para o ensino de funções e cálculo diferencial e integral. Buscamos, inicialmente, suprir a demanda de um curso de Cálculo de forma rápida, explorando as possibilidades de criação que softwares de Geometria Dinâmica, como o GeoGebra proporcionam.

Tais objetos foram desenvolvidos pelos autores deste trabalho e incorporados às atividades em sala de aula de matemática de um curso de especialização para professores, numa disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Tal processo foi registrado em notas de campo, que foram utilizadas mais tarde na análise tanto do processo de

---

<sup>19</sup> Este último objeto foi desenvolvido pelo bolsista Lucas Middeldorf Rizzo, em colaboração inicial com Francisco Zuchelli Lott.

desenvolvimento quanto do seu uso em sala de aula, com o retorno dos alunos e da professora sobre o uso de cada objeto.

Ao refletirmos sobre a nossa experiência como desenvolvedores de softwares educacionais, destacamos algumas características dos objetos de aprendizagem e do seu processo de concepção e elaboração. Entre essas, a conveniência do GeoGebra, tanto pela possibilidade de utilizarmos múltiplas representações, incluindo aquelas em estágios dinâmico, para os conceitos matemáticos, quanto pela possibilidade de produção de objetos por professores leigos em programação de computadores. Limitações desse mesmo software, uma vez percebidas, nos levaram a produzir novo objeto de aprendizagem, com o suporte de programadores em linguagem Java. Esse último buscou contornar as limitações encontradas nos objetos anteriores e implementar novos recursos visando especialmente ao processo de ensino e aprendizagem a distância.

A experiência descrita aqui é relacionada a diversos projetos que, de modo geral, incluía entre seus objetivos a formação acadêmica de alunos da graduação. Ou, como evidencia o título deste texto, a iniciação científica destes. Percebemos hoje que, de fato, as decisões profissionais de cada um integra essa experiência como parte importante de sua trajetória acadêmica. Como educadores, futuros educadores, pesquisadores, a busca por trabalhar colaborativamente foi significativa para a reorganização de propostas e valores de todos nós, redirecionamento de escolhas e construção da nossa autonomia e identidade profissional.

## REFERÊNCIAS

AUDINO, D. F.; NASCIMENTO, R. S.; Objetos de aprendizagem: diálogos entre conceitos e uma nova proposição aplicada à educação. *Revista Contemporânea de Educação*, v. 5, n. 10, p. 128-148, jul./dez. 2010.

ARAÚJO, J. L.; PINTO, M. M. F; LUZ, Cristian Reis da; RIBEIRO, Ana Regina. Efemeridade dos cenários para investigação em um episódio de sala de aula de Matemática com tecnologias. *Zetetikè*, Unicamp, v. 16, p. 7-40, 2008.

BORBA, M. C; VILLAREAL, M. E. *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization*. New York: Springer, 2005.

CORY, B. L. *Using dynamic sketches to enhance secondary preservice mathematics teachers' understanding of limits of sequences*. Ph.D. Dissertation, University of Virginia, 2005.

FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Ed.). *Pesquisa qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. capítulo II, p. 47-76. (Coleção Tendências em Educação Matemática.)

- HEITMANN, F. P. Ambientes de aprendizagem de Matemática a distância: fundamentação, concepção e execução. *XVII Semana de Iniciação Científica*. Belo Horizonte: UFMG, 2008a.
- HEITMANN, F. P. Harmonia e Matemática: sons, formas e símbolos em um ambiente de aprendizagem de contrações e expansões de curvas. *XVII Semana de Iniciação Científica*. Belo Horizonte: UFMG, 2008b.
- RIZZO, L.; HEITMANN, F. P. Ambientes de aprendizagem de Matemática a distância: fundamentação, concepção e execução. *XVIII Semana de Iniciação Científica*. Belo Horizonte, UFMG, 2009.
- HEITMANN, F. P.; PINTO, M. M. F. Ambientes de aprendizagem de Matemática a distância: fundamentação, concepção e execução. *Reunião Anual da Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência*, 61, Manaus, 2009.
- RIZZO, L.; HEITMANN, F. P.; PINTO, M. M. F.; GUIMARÃES, A. M. Minicurso Harmonia e Musica. 2009.
- HEITMANN, F. P.; PINTO, M. M. F. Relato de experiência: uma abordagem musical, interativa e dinâmica para contrações e expansões de curvas variando parâmetros. *Encontro Nacional de Educação Matemática*, 10., Salvador, 2010a.
- HETMANN, F.P.; PINTO, M. M. F. Uma abordagem musical, interativa e dinâmica para contração e expansão de curvas variando parâmetros em sua expressão algébrica. *Anais do V Colóquio de História e Tecnologia no Ensino de Matemática*, Recife, 2010b.
- KAWASAKI, T.F. *Tecnologias na sala de aula de matemática: resistência e mudança na formação continuada de professores*. Tese (Doutorado em Educação), Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.
- LUZ, L. C. S. *MMPE: um método de modelagem de processo educacional baseado na modelagem de processo de negócio e na teoria da atividade*. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) - Departamento de Ciência da Computação, Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2009.
- MORENO-ARMELLA, L; HEGEDUS, S. J; KAPUT, J. J. From static to dynamic mathematics: historical and representational perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, v. 68, p. 99-111, 2008.
- PINTO, M. M. F. *Students' understanding of Real Analysis*. Unpublished PhD Thesis (Mathematics Education), The University of Warwick, England, 1998.
- PINTO, M. M. F.; KAWASAKI, T. F. *Construção de uma tábua de logaritmos*. Roteiro para oficinas. Trabalho técnico. Belo Horizonte, Publicação interna GEPEMNT, 2008.
- SKOVSMOSE, O. Cenários de investigação. *Bolema - Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, v. 14, p. 66-91, 2000.
- TALL, D. O. (Ed.). *Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer: Dordrecht, 1991.