revista docência do ensino superior

VOLUME 13
2023
ISSN: 2237-5864

DOI: https://doi.org/10.35699/2237-5864.2023.41558

SEÇÃO: ARTIGOS

Estudando a sequência de Padovan no Laboratório de Ensino de Matemática: relato de experiência

Estudiando la secuencia de Padovan en el Laboratorio de Enseñanza de Matemáticas: relato de experiencia

Studying the Padovan sequence in the Mathematics Teaching Laboratory: experience report

Renata Passos Machado Vieira[1], Francisco Regis Vieira Alves[2], Antônio Almir Bezerra[3], Paula Maria Machado Cruz Catarino[4]

RESUMO

O presente trabalho trata de um relato de experiência, apresentando uma sequência didática de ensino para o estudo da sequência de Padovan, por meio de sua representação geométrica. A partir disso, tem-se a abordagem metodológica, com base na Engenharia Didática, como metodologia de pesquisa, e na Teoria das Situações Didáticas, como teoria de ensino, permitindo uma investigação dos números de Padovan baseada em suas representações geométricas. Desse modo, tem-se o campo investigativo dos números de Padovan, iniciando com uma discussão dos estudantes, em torno de sequências lineares recorrentes, partindo da sequência de Fibonacci e apresentando a sua relação com a sequência estudada. A produção dos dados ocorreu durante as aulas da disciplina de Laboratório de Ensino de Matemática do curso de Licenciatura em Matemática, em uma

[1] Universidade Federal do Ceará (UFC), Fortaleza, CE, Brasil.
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-1966-7097. E-mail: re.passosm@gmail.com
[2] Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará (IFCE), Fortaleza, CE, Brasil.
ORCID: http://orcid.org/0000-0003-3710-1561. E-mail: fregis@gmx.fr
[3] Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará (IFCE), Fortaleza, CE, Brasil.
ORCID: https://orcid.org/0009-0008-1324-4887. E-mail: almir.bezerra@ifce.edu.br
[4] Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro (UTAD), Vila Real, Portugal.
ORCID: http://orcid.org/0000-0001-6917-5093. E-mail: pcatarino23@gmail.com

Recebido em: 07/11/2022 *Aprovado em: 01/05/2023* *Publicado em: 28/07/2023*

instituição de ensino superior localizada no estado do Ceará. Os resultados foram analisados a partir da proposição de uma situação-problema, com base na Teoria das Situações Didáticas. Assim, foi possível realizar um estudo da sequência de Padovan, permitindo que os estudantes construíssem o conhecimento, perante a representação geométrica desses números. Por fim, é possível observar as experiências dos estudantes com relação à prática realizada, bem como as percepções dos professores.

Palavras-chave: ensino de Matemática; Laboratório de Ensino de Matemática; sequência de Padovan.

RESUMEN

El presente trabajo es un relato de experiencia, presentando una secuencia didáctica para el estudio de la secuencia Padovan a través de su representación geométrica. A partir de ello, se parte de un abordaje metodológico, basado en la Ingeniería Didáctica como metodología de investigación y en la Teoría de las Situaciones Didácticas como teoría de enseñanza, que permite una investigación de los números Padovan a partir de sus representaciones geométricas. Así, queda el campo investigativo de los números de Padovan, a partir de una discusión de los alumnos, en torno a las sucesiones lineales recurrentes, a partir de la sucesión de Fibonacci y presentando su relación con la sucesión estudiada. La producción de datos ocurrió durante las clases de la disciplina Laboratorio de Enseñanza de Matemáticas del curso de Licenciatura en Matemáticas, en una institución de enseñanza superior ubicada en el estado de Ceará. Los resultados se analizaron a partir de la proposición de una situación problema, con base en la Teoría de las Situaciones Didácticas. Así, fue posible realizar un estudio de la sucesión de Padovan, permitiendo a los estudiantes construir conocimientos, teniendo en cuenta la representación geométrica de estos números. Finalmente, es posible observar las experiencias de los estudiantes con relación a la práctica realizada, así como las percepciones de los docentes.

Palabras clave: enseñanza de las Matemáticas; Laboratorio de Enseñanza de las Matemáticas; secuencia Padovan.

ABSTRACT

The present work is an experience report, presenting a didactic teaching sequence for the study of the Padovan sequence through its geometric representation. From this, there is a methodological approach, based on Didactic Engineering as a research methodology and on the Theory of Didactic Situations as a teaching theory, allowing an investigation of Padovan numbers based on their geometric representations. Thus, there is the investigative field of Padovan numbers, starting with a discussion of the students, around recurrent linear sequences, starting from the Fibonacci sequence and presenting its relationship with the studied sequence. The production of data occurred during the classes of the Mathematics Teaching Laboratory discipline of the Licentiate in Mathematics course, in a higher education institution located in the state of Ceará. The results were analyzed from the proposition of a problem situation, based on the Theory of Didactic Situations. Thus, it was possible to carry out a study of the Padovan sequence, allowing students to build knowledge, in view of the geometric representation of these numbers. Finally, it is possible to observe the students' experiences in relation to the practice carried out, as well as the teachers' perceptions.

Keywords: teaching Mathematics; Mathematics Teaching Laboratory; Padovan sequence.

INTRODUÇÃO

A Didática da Matemática possui caráter investigativo diante de problemas referentes ao ensino de conceitos matemáticos, destacando as dificuldades vivenciadas durante o processo de aprendizagem (ALMOULOUD, 2007). Com isso, inúmeras são as pesquisas que evidenciam os obstáculos epistemológicos, relacionando-os com conceitos matemáticos, além de empregar metodologias de pesquisa, visando aprimorar a experiência em sala de aula.

Por sua vez, os cursos de Licenciatura em Matemática apresentam uma quantidade cada vez menor de disciplinas de cunho pedagógico, permitindo uma formação mais aprofundada em matérias mais específicas da área da Matemática Pura. Existem ainda algumas instituições que realizam a divisão das disciplinas ministradas, sendo algumas no departamento de Matemática e outras no departamento de Educação, destacando a relação frágil entre essas duas áreas. Desse modo, percebe-se que a conexão entre a teoria e a prática é realizada em poucas disciplinas (OLIVEIRA, 2021).

Diante disso, é possível notar a importância da prática durante a formação inicial do professor de Matemática, de modo a aplicar a teoria estudada em sala de aula. Não obstante, durante a prática pedagógica, o docente pode vir a modificar todo o seu planejamento. Nesse sentido, Lorenzato (2009) relata que o planejamento pode ser alterado completamente quando posto em prática. Desse modo, devem-se considerar de grande relevância as disciplinas e os ambientes que permitem a criação e desenvolvimento de atividades, produção de materiais de ensino e discussões com os demais estudantes sobre as aplicações realizadas, atenuando as dificuldades e barreiras enfrentadas.

Além disso, vale destacar a importância das práticas simuladas e dos estágios obrigatórios, permitindo uma análise e uma experiência ímpar no âmbito pedagógico de ensino e aprendizagem. Oliveira e Kikuchi (2018) afirmam que:

> As práticas simuladas e os estágios obrigatórios têm então papel crucial, já que todo o arsenal preparado precisa ser testado e implementado. É

> necessário que o futuro professor, ainda no momento de sua formação, possa planejar, praticar e avaliar, colocando na mesa toda a teoria disponível e refletindo criticamente sobre a sua futura prática docente (OLIVEIRA; KIKUCHI, 2018, p. 806).

Por sua vez, a disciplina de Estágio à Docência é ofertada no final do curso de Licenciatura em Matemática, permitindo que o estudante possa adquirir sua identidade profissional, e é dividida em dois momentos, a saber: um de observação da prática docente e o outro da prática propriamente dita. Nos cursos de pós-graduação, também existe a disciplina de Estágio à Docência, que é realizada em cursos de graduação. À vista disso, tem-se a disciplina de Laboratório de Ensino de Matemática, ofertada no início do curso de Licenciatura em Matemática. Assim, a escolha dessa disciplina para a realização do estágio deu-se pelo fato de abordar práticas voltadas para o ensino de Matemática, permitindo um estudo da sequência de Padovan.

Observa-se, ainda, o estudo de sequências lineares recorrentes em cursos de Licenciatura em Matemática, durante semestres mais avançados, mais especificamente em disciplinas envolvendo a História da Matemática. De fato, constata-se que, de modo predominante, muitos autores de compêndios desta matéria dedicam a maior parte do seu tempo na discussão em torno de curiosidades e ilustrações sobre a Sequência de Fibonacci (ALVES, 2017; BURTON, 2007). Assim, outras sequências são negligenciadas em cursos de formação inicial de professores, destacando a sequência de Padovan.

Com isso, o objetivo geral deste relato é realizar representações geométricas da sequência de Padovan, por meio da aplicação de duas situações-problema no Laboratório de Ensino de Matemática. Para a execução da prática, foi utilizada a metodologia de pesquisa da Engenharia Didática, existindo interação entre o professor, o aluno e o saber durante a resolução da atividade aplicada.

Destaca-se que o relato ocorreu durante uma aula de estágio da disciplina de Laboratório de Ensino de Matemática, em um curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição de ensino superior localizada no estado do Ceará, sob a supervisão do professor tutor. Desse modo, foi elaborada esta atividade com teor inédito, visto que não existem práticas encontradas na literatura, em torno da sequência de Padovan. O Estágio à Docência ocorreu durante a pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (doutorado), permitindo a elaboração e execução, pela estagiária, de um objeto matemático referente ao conteúdo investigado em seu projeto de tese. Esse fato foi possível devido à relevância de tal objeto na disciplina de História da Matemática e à ausência de práticas, envolvendo objetos matemáticos referentes ao assunto.

SEQUÊNCIA DE PADOVAN E A SUA RELAÇÃO COM A SEQUÊNCIA DE FIBONACCI

O estudo de sequências numéricas é entendido como sendo uma lista infinita, estruturada por números reais, em que um termo é dependente de seu antecessor. Por sua vez, tem-se a sequência linear recursiva, em que apresenta uma quantidade infinita de termos, gerados por uma recorrência linear, denominada fórmula de recorrência, permitindo realizar cálculos dos seus termos antecessores (ZIELER, 1959). De fato, os termos iniciais em toda sequência linear devem ser definidos, juntamente com a sua fórmula de recorrência.

A partir disso, é interessante mencionar uma das sequências mais estudadas: a sequência de Fibonacci. Esses números possuem sua gênese nos pares dos coelhos imortais, em que se realiza o seguinte questionamento: “Quantos pares de coelhos serão produzidos num ano, começando com um só par, se em cada mês cada par gera um novo par que se torna produtivo a partir do segundo mês, contando que nenhum coelho morra durante esse período?” (BOYER, 2006). Existem ainda outras sequências, as quais estabelecem relação com os números de Fibonacci, destacando para esta prática a sequência de Padovan.

Inicialmente, para introduzir o estudo referente aos números de Padovan, é interessante apresentar um pouco da sua história de origem. Nesse sentido, com o fim da Segunda Guerra Mundial, em 1945, houve grandes perdas, destacando, para este trabalho, as destruições das igrejas. À vista disso, o arquiteto Hans Van Der Laan (1904-1991) e o seu irmão, iniciaram o processo de reconstrução dessas igrejas e descobriram um novo padrão de medida, dado por um número irracional (VOET; SCHOONJANS, 2012). Este número foi estudado primeiramente pelo matemático francês Gérard Cordonnier, denominando-o de número radiante. Por isso, esta sequência também é conhecida como sequência de Cordonnier, porém esse estudo sofreu uma interrupção devido ao falecimento do referido matemático. Assim, com o valor de aproximadamente 1,32, este número é conhecido como número plástico ou número radiante, considerado ideal para realizar trabalhos em escalas geométricas e objetos espaciais. Vale salientar que o arquiteto Richard Padovan, ainda considera tal sequência como sendo uma descoberta de Hans Van Der Laan.

O número plástico e o número de ouro são as únicas soluções dos números mórficos (SPINADEL; BUITRAGO, 2009; FERREIRA, 2015), em que o primeiro representa a relação de convergência entre os termos vizinhos da sequência de Padovan, e o segundo representa a relação de convergência para a sequência de Fibonacci. A partir de estudos relacionados ao número plástico, o arquiteto italiano Richard Padovan (1935-) criou a sequência de Padovan. Esta sequência é uma espécie de prima da sequência de Fibonacci, sendo, portanto, de terceira ordem.

Definição 1. A sequência de Padovan (P_n), possui recorrência para $n \in \mathbb{N}$ e $P_0 = P_1 = P_2 = 1$, dada por:

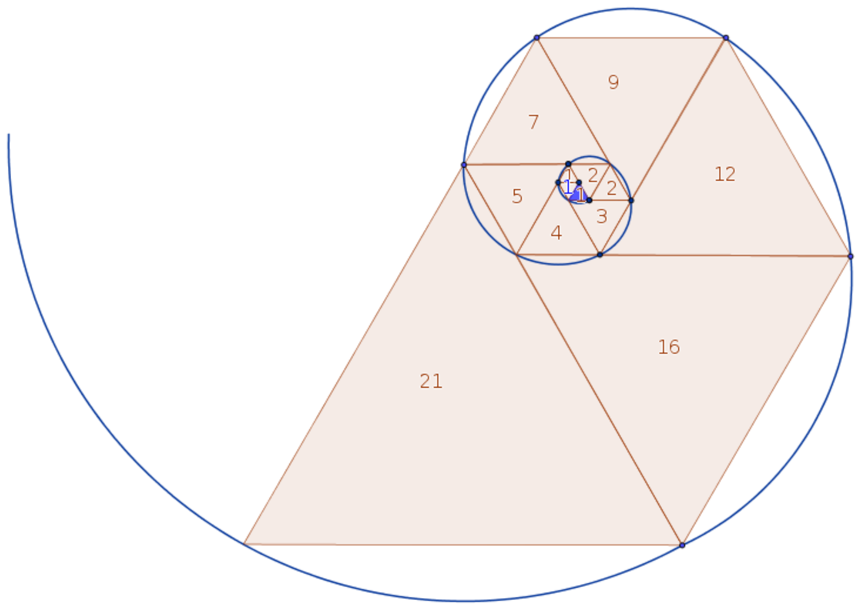
$$P_n = P_{n-2} + P_{n-3}, n \geq 3.$$

Ao realizar manipulações algébricas na recorrência desta sequência, tem-se então a sua equação característica dada por $x^3 - x - 1 = 0$, em que a única solução real é dada pelo número plástico, e as outras duas raízes são números complexos e conjugados. Realizando uma comparação com a recorrência de Fibonacci, pode-se perceber que o valor do coeficiente x da fórmula generalizada ($F_n = xF_{n-1} + yF_{n-2}, n \geq 2$) é igual a zero. Assim, é acrescentado mais um termo ao final desta fórmula, caracterizando-a como uma sequência de terceira ordem, e os seus três valores iniciais são iguais a 1.

Uma representação geométrica da sequência de Padovan é dada pelo espiral de Padovan (ver Figura 1), em que segundo Vieira e Alves (2019a):

> Esta representação é composta pela justaposição de triângulos equiláteros respeitando uma regra de construção característica. Considere o triângulo de lado 1 destacado em azul como o triângulo inicial. A formação da espiral se dá pela adição de um novo triângulo equilátero ao maior lado do polígono formado, iniciando com o triângulo azul" (VIEIRA; ALVES, 2019a, p. 7-8).

Figura 1 – Espiral de Padovan.



Fonte: VIEIRA; ALVES (2019a, p. 7-8).

A seguir, tem-se a apresentação do experimento diante da proposição de uma situação-problema para o estudo de sequências lineares recorrentes, mais especificamente a sequência de Padovan.

O EXPERIMENTO

A Didática da Matemática possui o viés de investigar as problemáticas referentes ao ensino dos conceitos matemáticos, destacando os obstáculos vivenciados durante o processo de aprendizagem (ALMOULOUD, 2007). Baseado nisso, diversas são as pesquisas que empregam metodologias para investigar tal problemática, buscando um aprimoramento do trabalho em sala de aula.

O procedimento metodológico ocorreu com base na Teoria das Situações Didáticas. Essa teoria de ensino propõe e estimula os estudantes a resolverem situações didáticas de ensino, propiciando uma investigação durante o processo de ensino e aprendizado em matemática (BROUSSEAU, 1986). Destaca-se que a situação didática, segundo Brousseau (2006), é "o modelo de interação de um sujeito com um meio específico que determina certo conhecimento" (BROUSSEAU, 2006, p. 19). Portanto, não se deve esquecer a presença do *milieu*, representando o meio de aplicação da situação didática.

A Teoria das Situações Didáticas consiste em uma teoria de ensino, desenvolvida por Brousseau (1986), com o objetivo de analisar situações reprodutíveis, as quais estabelecem fatores indispensáveis para a realização da evolução do conhecimento dos estudantes. De fato, essa teoria funciona como um alicerce teórico para subsidiar estudos no âmbito da Didática. Além disso, a presente pesquisa possui como abordagem metodológica essa teoria em conjunto com a Engenharia Didática, servindo para ancorar estudos referentes ao ensino e a aprendizagem.

Destaca-se ainda que tal teoria é relevante para o processo de ensino, diante da tríade professor, aluno e saber. Desse modo, tem-se que o saber deve ser o centro, enquanto professor e aluno formam as bases do triângulo didático. Com efeito, a Teoria das Situações Didáticas é dividida em quatro situações: ação, formulação, validação e institucionalização.

Na situação de ação, segundo Alves (2016), o sujeito tem o primeiro contato com a situação-problema proposta, sendo essa uma atividade composta por questões com enunciados diretos e objetivos. Assim, os participantes irão tentar resolvê-la realizando buscas nos conhecimentos já adquiridos.

Na situação de formulação, os participantes transformam as ideias em linguagens mais técnicas e formais, objetivando conjecturar teoremas e propriedades (ALVES, 2019). A situação de validação acontece com a aprovação das resoluções apresentadas na fase da ação, propondo discussões.

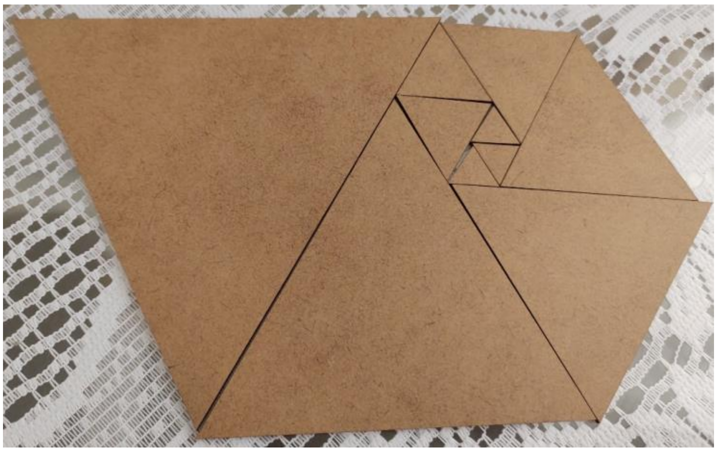
No contexto dessa proposta, utiliza-se o objeto matemático, além do recurso do software *GeoGebra* como facilitador do processo de demonstração das atividades apresentadas a seguir (ALVES, 2020). Por fim, na situação de institucionalização, o professor analisa as resoluções apresentadas, revelando o objetivo da situação-problema (VIEIRA *et al*., 2019).

Ainda na situação de institucionalização, segundo a tradição dos estudos de Brousseau (2004), o professor será o responsável pela apresentação de um conteúdo que deve adquirir o caráter de universalidade e impessoalidade intrínseca ao saber matemático e que, além disso, deverá ser incorporado ao patrimônio (cognitivo) de novos saberes, bem como amparar as habilidades do professor. Assim, aos professores em formação, deve ser apresentado o seguinte teorema.

Na fase final deste relato, ocorreu a comparação dos possíveis resultados com os dados obtidos, potencializando a percepção dos estudantes durante a prática realizada, bem como dos professores (tutor e estagiário).

A confecção do material para o experimento ocorreu por meio de materiais de baixo custo, sendo então produzidos em MDF. Assim, foram desenvolvidos 4 conjuntos, em que cada um é composto por 10 triângulos equiláteros, sendo estes: 3 triângulos de lado 2 cm, 2 triângulos de lado 4 cm, 1 triângulo de lado 6 cm, 1 triângulo de lado 8 cm, 1 triângulo de lado 10 cm, 1 triângulo de lado 14 cm e 1 triângulo de lado 18 cm (ver Figura 2). É importante notar que as peças foram construídas de forma ampliada e de forma desenvolvidas duas vezes maior do que os triângulos definidos no espiral de Padovan.

Figura 2 – Espiral de Padovan como objeto de estudo.



Fonte: elaborado pelos autores (2023).

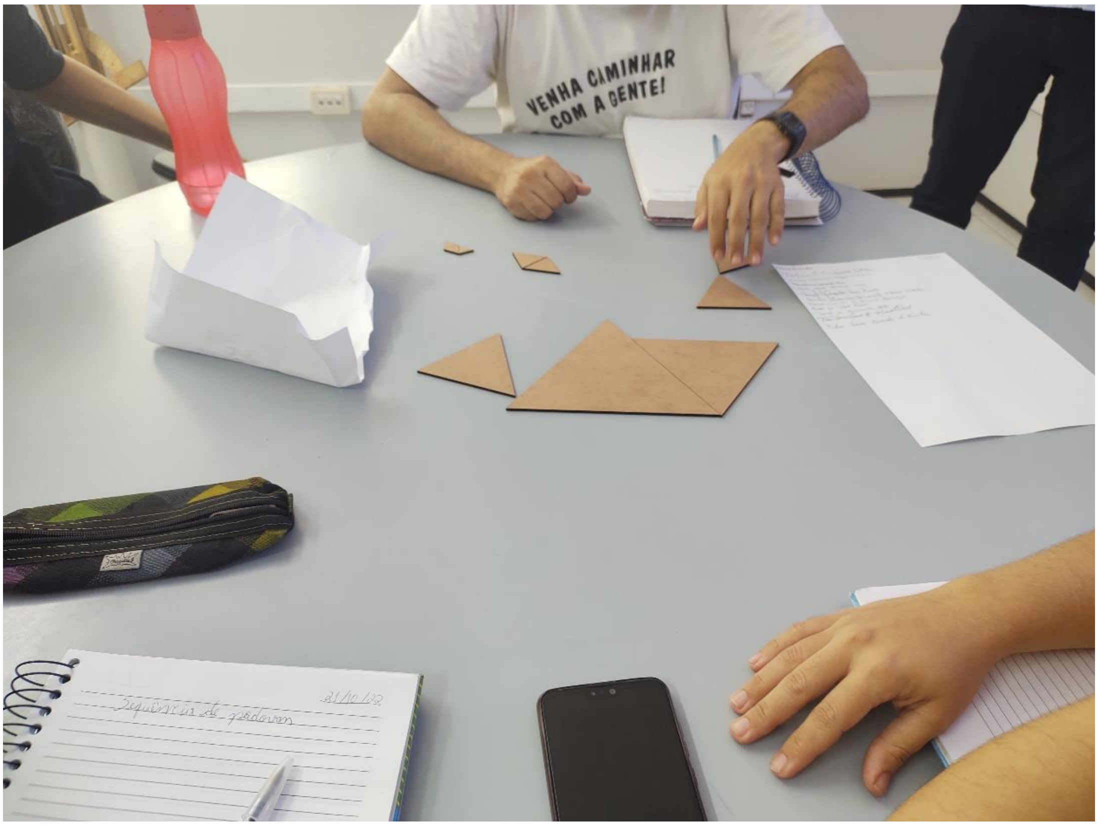
Para o outro material utilizado, foram montados cubos pequenos de dimensões 1, com o viés de construir a representação geométrica em 3D da sequência de Padovan (CORCUFF, 2012).

Assim, após a discussão em torno dos conceitos e teoremas matemáticos referente às duas sequências, de forma a construir os conhecimentos prévios dos alunos, foram desenvolvidas duas situações-problema.

Situação-problema 1: Utilizando os triângulos equiláteros disponíveis, monte a representação geométrica para a sequência de Padovan em forma de espiral.

Na fase da ação, a partir dos conceitos estudados em torno da sequência de Fibonacci, Padovan e do espiral de Fibonacci, observa-se a tentativa dos alunos de construir o espiral de Padovan, conforme demonstra a Figura 3.

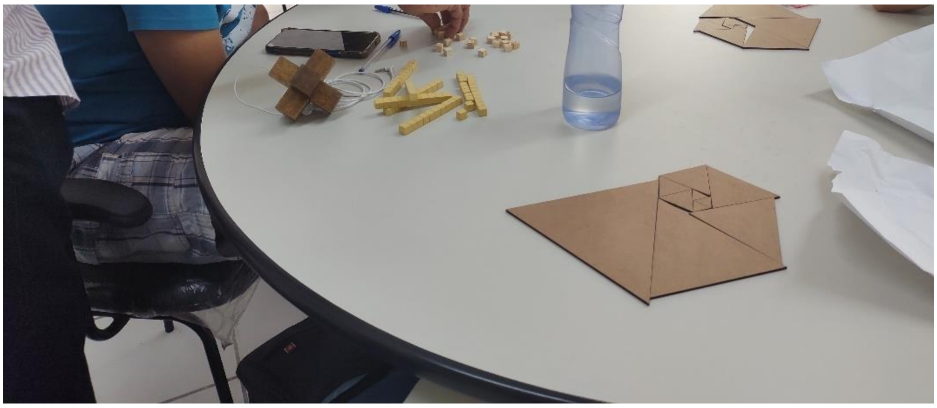
Figura 3 – Ação acontecendo para a situação-problema 1.



Fonte: dados da pesquisa (2023).

Na fase da formulação, os alunos conseguem compreender que os novos triângulos são inseridos no maior lado do polígono que está sendo criado, conforme apresenta a Figura 4.

Figura 4 – Fase da Formulação para a situação-problema 1.



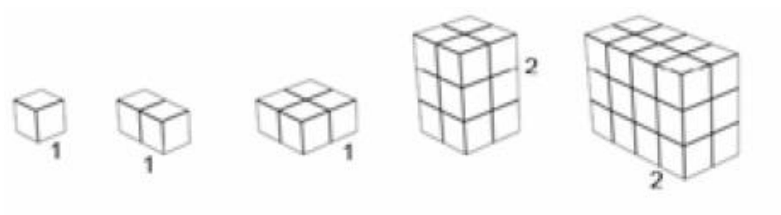
Fonte: dados da pesquisa (2023).

Na fase da validação, os alunos validam a teoria de construção do espiral de Padovan, de forma a inserir o triângulo equilátero de acordo com o maior lado do novo polígono formado. Um determinado grupo conseguiu compreender a relação do espiral com a recorrência de Padovan. Assim, tal grupo explicou para as demais equipes a validade de sua teoria discutindo que a medida do lado do triângulo pertencente à posição 3 é dada pelo somatório dos lados dos triângulos pertencentes às posições 1 e 2, respectivamente.

Na fase da institucionalização, a estagiária retoma o centro da atividade e analisa as discussões e construções dos alunos. Além disso, revela a intenção de construir o espiral de Padovan em formato 2D. A partir disso, foram analisados os comportamentos dos estudantes, atentando-se aos obstáculos existentes, tais como: dificuldades em separar os triângulos de acordo com os seus respectivos lados, identificar a regra de construção do espiral de Padovan (observando o maior lado do polígono formado), entre outros.

Situação-problema 2: A partir dos cubos apresentados na Figura 4, construa as figuras geométricas para n=5,6,7.

Figura 4 – Disposição das figuras para realização da situação-problema 2.



Fonte: elaborado pelos autores (2023).

Na fase da ação, os alunos apropriaram-se dos conceitos estudados e, a partir da ideia de construção do espiral de Padovan em 2D, iniciaram o raciocínio com o objetivo de perceber a regra de construção das dimensões das figuras construídas pelos cubos (ver Figura 5).

Figura 5 – Fase da Ação para a situação-problema 2.

Fonte: dados da pesquisa (2023).

Na fase da formulação, é possível notar a dificuldade de muitos grupos. Porém, o grupo B conseguiu compreender que os primeiros cubos apresentados possuem dimensões: 1x1x1, 1x1x2, 1x2x2, 2x2x3, 2x3x4. Desse modo, os próximos deverão possuir dimensões: 3x4x5, 4x5x7 e 5x7x9. Ressalta-se que as dimensões devem ser dispostas com base nos números da sequência de Padovan em ordem crescente, a exemplo, tem-se o primeiro cubo possuindo dimensões iguais a 1 (os três primeiros termos de Padovan $P_0 = P_1 = P_2 = 1$); o segundo polígono possui dimensões iguais a 1, 1 e 2, representando o termo $P_1 = 1, P_2 = 1, P_3 = 2$; o terceiro polígono possui dimensões 1, 2 e 2, sendo portanto $P_2 = 1, P_3 = 2, P_4 = 2$ e assim por diante.

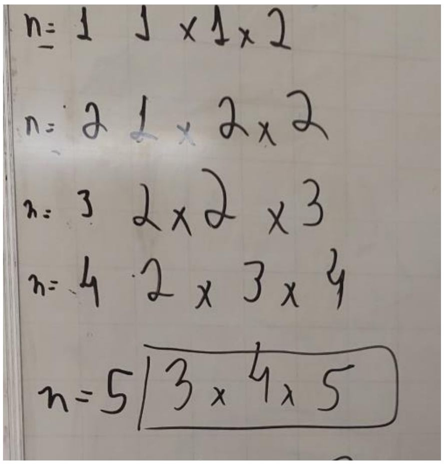
Figura 6 – Fase da Formulação para a situação-problema 2.

Fonte: dados da pesquisa (2023).

Na fase da validação, foi possível demonstrar, por meio da obtenção dos demais cubos, que as dimensões da próxima figura seria dada pela soma das duas dimensões anteriores, observando o salto existente na recorrência de Padovan para o termo antecessor mais imediato. Na Figura 7, tem-se o início da validação apresentada pelo aluno A, o qual relatou:

> *"Eu fui colocando as dimensões das figuras e percebi que sempre estavam aparecendo nelas os números da sequência de Padovan. Depois eu observei que se eu somasse o primeiro número da dimensão para n=1 com o primeiro número da dimensão para n=2 eu conseguia o primeiro número da dimensão para n=4. Que é justamente a recorrência de Padovan. Então eu fui fazendo esse mesmo processo para os outros números e dimensões e percebi que tava funcionando. Por isso validei a ideia"* (Aluno A).

Figura 7 – Fase da Validação para a situação-problema 2.

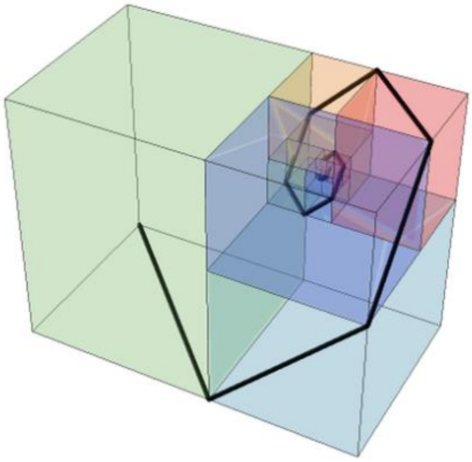


Fonte: dados da pesquisa (2023).

Na fase da institucionalização, a estagiária assume o papel central e analisa as discussões dos estudantes. Dispondo dos cubos de dimensões iguais a 1 cm, os alunos realizaram uma representação geométrica em 3D da sequência de Padovan, de forma a apresentar as figuras separadamente. Por fim, é revelado o objetivo da atividade proposta como sendo o desenvolvimento e a construção da representação geométrica em 3D dos números de Padovan (ver Figura 8). A estagiária apresentou a construção geométrica em 3D do espiral de Padovan no software *Wolfram*, discutindo o passo a passo da construção das figuras em cada uma das suas respectivas ordens.

Foi possível ainda analisar os obstáculos em torno da situação-problema 2, como a dificuldade em perceber a regra de construção, para conseguir construir a próxima figura (n=5). Ao superar esse obstáculo, notou-se que foi possível seguir com a construção das demais figuras de modo similar, logo, apresentou-se somente essa dificuldade como sendo a primordial.

Figura 8 – Espiral 3D de Padovan.



Fonte: elaborado pelos autores (2023).

De fato, os alunos sentiram dificuldades nas duas atividades propostas, porém a situação-problema 2 apresentou um grau maior de raciocínio. Para a situação-problema 1, por apresentar um grau de dificuldade menor, todos os grupos puderam concluir a atividade, de forma a discutir com os colegas a regra de construção do espiral 2D de Padovan.

Já na situação-problema 2, apenas um integrante de um grupo conseguiu concluir a proposta, observando que as dimensões das figuras formadas para cada valor de n da sequência são dadas pela aplicação da fórmula de recorrência nas dimensões dos polígonos formados.

Vale mencionar o fato de que muitos alunos acreditavam que a construção em 3D seria dada pela inserção de prismas de base triangulares, uma vez que estavam sendo manuseados triângulos. Porém, para a surpresa desses alunos, são inseridos cubos em vez de prismas de base triangulares no espiral em 3D.

É importante notar a evolução do conhecimento dos estudantes quando dispostos à prática, observando a necessidade de integração da teoria e da prática para uma melhor compreensão dos conteúdos matemáticos.

Ressalta-se que os elementos indicados e elaborados durante as discussões das situações didáticas de ensino, aplicadas em sala de aula, envolveram um componente de independência de análises e de fatos empíricos que emergem de eventual experimentação (LABORDE, 2016). Entretanto, auxiliam a configuração inicial da pesquisa, correspondente ao tema aqui discutido, sobretudo em suas dimensões epistemológicas, históricas e matemáticas. Desse modo, foi possível discutir a história da sequência de Padovan, permitindo um estudo do seu processo evolutivo diante de investigações matemáticas oriundas de trabalhos da área de Matemática Pura.

De um modo generalista, foi possível observar que a pesquisa possibilitou uma transposição em torno do estudo de sequências numéricas recorrentes, com a sequência de Padovan, para a área de ensino. De fato, constata-se que existem inúmeros trabalhos envolvendo as sequências numéricas recorrentes na área de Matemática Pura, sendo poucos voltados para a área de ensino e para a aplicação em cursos de formação inicial de professores. Assim, percebe-se a contribuição para pesquisas e práticas docentes, envolvendo a experimentação em laboratório de ensino, bem como a experiência durante o estágio à docência de um curso de pós-graduação (doutorado). Desse modo, apresentou-se uma teoria de ensino, podendo ser utilizada em salas de aula, instigando o estudante a buscar o conhecimento, tornando-se centro do processo de ensino.

Com isso, observa-se que o docente possui papel fundamental diante da promoção de situações que estimulem, motivem e comprometam os discentes em sua formação, propiciando a criação, em sala de aula, de um ambiente construtivista. Em suma, tem-se que o maior desafio é o processo de ensino-aprendizagem, permitindo gerar desequilíbrio cognitivo, pensamentos críticos, além de oportunizar reflexões.

A experiência vivenciada durante o estágio, possibilitou o compartilhamento de aprendizagem, além do desenvolvimento pessoal e profissional, uma vez que não havia sido ministrada aula em laboratório, bem como o manuseio da diversidade de objetos matemáticos discutidos durante o estágio relatado. Assim, o conhecimento teórico-prático e a experiência com os graduandos e com a docente da disciplina de Laboratório de Ensino de Matemática permitiram a reflexão em torno da docência diante do atual cenário existente. Ressalta-se que a relação com os graduandos foi mantida de forma coerente e respeitosa, e vice-versa, sendo considerada um ponto essencial durante o processo de formação docente e de ensino-aprendizagem.

Ademais, quando a tradição de pesquisas sobre as vertentes francesas da Didática da Matemática é examinada, sabemos que “a pedra angular é, de fato, a noção de uma situação que exige um funcionamento específico do conhecimento matemático” (LABORDE, 2016, p. 266).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O relato referente à pesquisa aplicada foi motivado pelo cuidado e interesse em avaliar o nível de correspondência institucional entre as pessoas envolvidas e as relações institucionais, justificando o desenvolvimento intelectual dos discentes matriculados na disciplina de Laboratório de Ensino de Matemática, bem como a participação da estagiária na disciplina de Estágio à Docência.

Desse modo, foi possível estabelecer o aporte teórico na Didática da Matemática francesa, realizando a prática de ensino, fundamentado nas fases da Engenharia Didática. A sequência didática aplicada teve o viés de realizar um estudo para a sequência de Padovan, de modo a realizar a sua representação geométrica, com prática no Laboratório de Ensino de Matemática, disciplina que é ofertada no início do curso de Licenciatura em Matemática.

No entanto, foi possível estabelecer base teórica matemática, a fim de que os discentes pudessem realizar um estudo prévio para, posteriormente, na disciplina de História da Matemática, já possuírem conhecimentos significativos diante do assunto matemático abordado.

Por outro lado, por intermédio da influência do trabalho de Perrin-Glorian (2011), foram discutidas e analisadas situações didáticas de ensino, com o interesse pela formação e aperfeiçoamento das práticas ordinárias, em sala de aula, do professor de Matemática em cursos de formação inicial (Licenciatura em Matemática) aplicado em uma instituição de ensino superior.

Por fim, estabeleceram-se relações com a disciplina de Estágio à Docência, podendo vislumbrar as percepções do professor tutor, dos estudantes e da estagiária diante da atividade realizada e relatada neste trabalho. Ressalta-se que a atividade pode ser aplicada em outros cursos de formação inicial de professores, visando realizar o aprofundamento em relação ao estudo de sequências lineares recorrente, por meio de objetos matemáticos e de seus respectivos conceitos e representações.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo A. *Fundamentos da didática da matemática*. Curitiba: UFPR, 2007.

ALVES, Francisco Regis Vieira. Situações Didáticas Olímpicas (SDOs): Ensino de Olimpíadas de Matemática com Arrimo no Software GeoGebra como Recurso na Visualização. *Revista de Educação em Ciência e Tecnologia – Alexandria*, Florianópolis, v. 13, n. 1, p. 319-349, mai. 2020. DOI: https://doi.org/10.5007/1982-5153.2020v13n1p319. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/1982-5153.2020v13n1p319/43180. Acesso em: 12 jun. 2023.

ALVES, Francisco Regis Vieira. Visualizing the olympic didactic situation (ods): teaching mathematics with support of the geogebra software. *Acta Didactica Napocensia*, Cluj-Napoca, v. 12, n. 2, p. 97-116, dez. 2019. DOI: https://doi.org/10.24193/adn.12.2.8. Disponível em: http://padi.psiedu.ubbcluj.ro/adn/article_12_2_8.pdf. Acesso em: 12 jun. 2023.

ALVES, Francisco Regis Vieira. Fórmula de de Moivre, ou de Binet ou de Lamé: demonstrações e generalidades sobre a sequência generalizada de Fibonacci - SGF. *Revista Brasileira de História da Matemática*, Campinas, v. 17, n. 1, p. 1-16, nov. 2017. DOI: https://doi.org/10.47976/RBHM2017v17n3301-16. Disponível em: https://www.rbhm.org.br/index.php/RBHM/article/view/36/34. Acesso em: 12 jun. 2023.

ALVES, Francisco Regis Vieira. Transição complexa do Cálculo TCC: Engenharia Didática para as noções de Sequências e Séries de Potências. *Educação Matemática em Revista – RS*, Rio Grande, v. 1, n. 17, p. 83-97, ago. 2016. Disponível em: http://sbemrevista.kinghost.net/revista/index.php/EMR-RS/article/view/1530/1016. Acesso em: 12 jun. 2023.

BOYER, Carl Benjamin. *História da Matemática*, Tradução: Elza F. Gomide. 2. ed. São Paulo: Ed. Edgard Blücher, 2006.

BROUSSEAU, Guy. A etnomatemática e a teoria das situações didáticas. *Educação Matemática Pesquisa,* São Paulo, v. 8, n. 2, p. 267-281, dez. 2006. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/458/384. Acesso em: 12 jun. 2023.

BROUSSEAU, Guy. Les représentations: étude en théorie des situations didactiques. *Revue des sciences de l'éducation*, Montréal, v. 30, n. 2, p. 241-277, abr. 2004. DOI: https://doi.org/10.7202/012669ar. Disponível em: https://id.erudit.org/iderudit/012669ar. Acesso em: 12 jun. 2023.

BROUSSEAU, Guy. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactiquedes Mathématiques*, Grenoble, v. 7, n. 2, p. 33-115, jul. 1986. Disponível em: https://revue-rdm.com/1986/foundations-and-methods-of-la/. Acesso em: 12 jun. 2023.

BURTON, David. *The History of Mathematics*: an introduction. New York: McGraw-Hill Companies, 2007.

CORCUFF, Marie-Pascale. Modularity and Proportions in Architecture and their Relevance to a Generative Approach to Architectural Design. *Nexus Netw*, v. 14, p. 53-73, jan. 2012. DOI: https://doi.org/10.1007/s00004-011-0097-x. Disponível em: https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/s00004-011-0097-x.pdf. Acesso em: 12 jun. 2023.

FERREIRA, Ronaebson de Carvalho. *Números Mórficos*. 94f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2015.

LABORDE, Colette. A view on subject matter didactics from the left side of the Rhine. *Journal für Mathematik-Didaktik (JMD)*, v. 37, n. 2, mar. 2016. DOI: https://doi.org/10.1007/s13138-015-0082-0. Disponível em: https://link.springer.com/article/10.1007/s13138-015-0082-0. Acesso em: 12 jun. 2023.

LORENZATO, Sérgio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos. *In*: Lorenzato, S. *Laboratório de ensino de matemática na formação de professores*. 2. ed. Campinas: Autores Associados, p. 3-37, 2009.

OLIVEIRA, Zaqueu Vieira; KIKUCHI, Luzia Maia. O laboratório de Matemática como espaço de formação de professores. *Cadernos de Pesquisa*, São Paulo, v. 14, n. 159, p. 802-829, jul./set. 2018. Disponível em: https://publicacoes.fcc.org.br/cp/article/view/5239. Acesso em: 12 jun. 2023.

OLIVEIRA, Kelvin Rafael Rodrigues de. *A formação inicial de professores que ensinam Matemática no Ensino Fundamental*: desafios e possibilidades da atuação de Licenciandos em Pedagogia e Matemática. 267f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual Paulista, 2021.

PERRIN-GLORIAN, Marie-Jeanne. L'Ingénierie didactique a l'interface de la recherche avec l'enseignement. Développement de ressources et formation des enseignants. *In*: Margolinas, C. *et al*. *En amont et en aval des Ingenieries Didactiques, XVe école d'été de didactique des mathématiques*, p. 55-74. Paris: La Pensée Sauvage Editions, 2011.

SPINADEL, Vera de; BUITRAGO, Antonia Redondo. Towards van der laan's plastic number in the plane. *Journal for Geometry and Graphics*, Innsbruck, v. 13, n. 2, p. 163-175, jul. 2009. Disponível em: https://www.heldermann-verlag.de/jgg/jgg13/j13h2spin.pdf. Acesso em: 12 jun. 2023.

VIEIRA, Renata Passos Machado; ALVES, Francisco Regis Vieira. A Sequência de Padovan e o número plástico: uma análise prévia e a priori. *Research, Society and Development*, Vargem Grande Paulista, v. 8, n. 8, p. 1-21, jun. 2019. DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v8i8.1212. Disponível em: https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/1212/988. Acesso em: 12 jun. 2023.

VIEIRA, Renata Passos Machado *et al*. Uma Exploração da Sequência de Padovan num curso de Licenciatura em Matemática. *Indagatio Didactica*, Aveiro, v. 11, n. 4, p. 261-279, dez. 2019. DOI: https://doi.org/10.34624/id.v11i4.10641. Disponível em: https://proa.ua.pt/index.php/id/article/view/10641/6971. Acesso em: 12 jun. 2023.

VOET, Caroline; SCHOONJANS, Yves. Benidictine thought as a catalist for 20tm century liturgical space: the motivation behind dom hans van der laan s aesthetic church arquitectury. *Proceeding of the 2nd international conference of the Europa Architetural History of Network*, p. 255-261, mai./jun. 2012.

ZIERLER, Neal. Linear recurring sequences. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, New York, v. 7, n. 1, p. 31-48, 1959. DOI: https://doi.org/10.1137/0107003. Disponível em: https://epubs.siam.org/doi/10.1137/0107003. Acesso em: 12 jun. 2023.

Renata Passos Machado Vieira

Doutoranda em Ensino da Rede Nordeste de Ensino (RENOEN-Polo UFC). Mestra em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará. Professora da Secretaria de Educação do Estado do Ceará.

re.passosm@gmail.com

Francisco Regis Vieira Alves

Doutorado com ênfase no ensino de Matemática (UFC – 2011). Professor do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do estado do Ceará/ IFCE – 40h/a com DE, do curso de Licenciatura em Matemática e Bolsista de Produtividade em Pesquisa do CNPq – Nível (2020-2023).

fregis@gmx.fr

Antônio Almir Bezerra

Mestre em Matemática (UFC). Professor do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do estado do Ceará/ IFCE – 40h/a com DE, do curso de Licenciatura em Matemática.

almir.bezerra@ifce.edu.br

Paula Maria Machado Cruz Catarino

PhD em Matemática. Professora Associada da UTAD (Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro) com habilitação. Investigadora do Centro de Investigação CMAT-UTAD Polo do CMAT da Universidade do Minho e Investigadora do Centro de Investigação CIDTFF – Centro de Investigação Didática e Tecnologia na Formação de Formadores. Atualmente, é membro do Conselho Geral da UTAD.

pcatarino23@gmail.com

Como citar este documento – ABNT

VIEIRA, Renata Passos Machado *et al*. Estudando a sequência de Padovan no Laboratório de Ensino de Matemática: relato de experiência. *Revista Docência do Ensino Superior*, Belo Horizonte, v. 13, e041558, p. 1-18, 2023. DOI: https://doi.org/10.35699/2237-5864.2023.41558.