

SEÇÃO: ARTIGOS

Explorando a visualização, o pensamento geométrico e a criatividade: uma experiência com licenciandos em Matemática

Explorando la visualización, el pensamiento geométrico y la creatividad: una experiencia con estudiantes de pregrado en Matemáticas

Exploring visualization, geometric thinking and creativity: an experience with undergraduate students in Mathematics

Mauricio Ramos Lutz,¹ Gabriel de Oliveira Soares,²
José Carlos Pinto Leivas,³ Ari Blaz Falcão Ardaís⁴

RESUMO

Ensinar Geometria exige mais do que transmitir definições e propriedades. É necessário estimular a visualização, o raciocínio e a criatividade, e permitir que os estudantes construam significados a partir da investigação de situações práticas. Nesse processo, metodologias que incentivam a exploração e a justificativa de estratégias são fundamentais para fortalecer o pensamento geométrico, especialmente na formação inicial de professores de Matemática. Este estudo relata uma experiência de ensino com acadêmicos do segundo semestre da licenciatura em Matemática e seu objetivo foi desenvolver pensamento geométrico,

¹ Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha (IFFar), Alegrete, RS, Brasil.
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1215-1933>. E-mail: mauricio.lutz@iffarroupilha.edu.br

² Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha (IFFar), Alegrete, RS, Brasil.
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8734-6415>. E-mail: gabriel.soares@iffarroupilha.edu.br

³ Universidade Franciscana (UFN), Santa Maria, RS, Brasil.
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6876-1461>. E-mail: leivasjc@gmail.com

⁴ Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha (IFFar), Alegrete, RS, Brasil.
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0454-5302>. E-mail: ari.ardais@iffarroupilha.edu.br

criatividade e visualização a partir de uma investigação envolvendo quadriláteros. Com abordagem qualitativa, os dados foram obtidos das respostas dos estudantes a três questões práticas realizadas em aula de Fundamentos de Geometria. As atividades propuseram a construção de quadriláteros em malhas pontilhadas de diferentes dimensões (3x3, 3x4 e 4x4), analisando a capacidade de identificar, justificar e explorar configurações distintas. Os resultados indicaram avanços, como a distinção entre figuras convexas e não convexas, mas também revelaram desafios, sobretudo na formulação de justificativas consistentes e na identificação de todas as possibilidades geométricas. Houve dificuldades na aplicação de conceitos como rotação e translação, além de limitações ao ampliar soluções obtidas em malhas menores para maiores. Concluímos que estratégias pedagógicas que enfatizem reforço conceitual, visualização, criatividade e pensamento reflexivo são essenciais para potencializar a aprendizagem geométrica. Acreditamos que tais abordagens podem contribuir para a formação de professores mais preparados para os desafios do ensino de Geometria.

Palavras-chave: quadriláteros; visualização; pensamento geométrico; ensino de geometria; formação de professores.

RESUMEN

Enseñar Geometría exige más que transmitir definiciones y propiedades. Es necesario estimular la visualización, el razonamiento y la creatividad, y permitir que los estudiantes construyan significados a partir de la investigación de situaciones prácticas. En este proceso, las metodologías que fomentan la exploración y la justificación de estrategias son fundamentales para fortalecer el pensamiento geométrico, especialmente en la formación inicial de profesores de Matemáticas. Este estudio relata una experiencia docente con estudiantes del segundo semestre de la licenciatura en Matemáticas y su objetivo fue desarrollar el pensamiento geométrico, la creatividad y la visualización a partir de una investigación sobre cuadriláteros. Con un enfoque cualitativo, los datos se obtuvieron a partir de las respuestas de los estudiantes a tres preguntas prácticas realizadas en la clase de Fundamentos de Geometría. Las actividades propusieron la construcción de cuadriláteros en mallas punteadas de diferentes dimensiones (3x3, 3x4 y 4x4), analizando la capacidad de identificar, justificar y explorar configuraciones distintas. Los resultados indicaron avances, como la distinción entre figuras convexas y no convexas, pero también revelaron desafíos, sobre todo en la formulación de justificaciones consistentes y en la identificación de todas las posibilidades geométricas. Hubo dificultades en la aplicación de conceptos como rotación y traslación, además de limitaciones al ampliar soluciones obtenidas en mallas menores a mallas mayores. Concluimos que las estrategias pedagógicas que enfatizan el refuerzo conceptual, la visualización, la creatividad y el pensamiento reflexivo son esenciales para potenciar el aprendizaje geométrico. Creemos que estos enfoques pueden contribuir a la formación de profesores más preparados para los retos de la enseñanza de la Geometría.

Palabras clave: cuadriláteros; visualización; pensamiento geométrico; enseñanza de la geometría; formación de profesores.

ABSTRACT

Teaching Geometry requires more than just conveying definitions and properties. It is necessary to stimulate visualization, reasoning, and creativity, and allow students to construct meaning from the investigation of practical situations. In this process, methodologies that encourage exploration and justification of strategies are fundamental to strengthening geometric thinking, especially in the initial training of Mathematics teachers. This study reports on a teaching experience with second-semester undergraduate students in Mathematics, aiming to develop geometric thinking, creativity, and visualization based on an investigation involving quadrilaterals. Using a qualitative approach, data were obtained from students' responses to three practical questions asked in a Fundamentals of Geometry class. The activities involved constructing quadrilaterals on dotted grids of different dimensions (3x3, 3x4, and 4x4), analyzing the ability to identify, justify, and explore different configurations. The results indicated progress, such as the distinction between convex and non-convex figures, but also revealed challenges, especially in formulating consistent justifications and identifying all geometric possibilities. There were difficulties in applying concepts such as rotation and translation, as well as limitations in scaling up solutions obtained in smaller meshes to larger ones. We concluded that pedagogical strategies that emphasize conceptual reinforcement, visualization, creativity, and reflective thinking are essential to enhance geometric learning. We believe that such approaches can contribute to the training of teachers who are better prepared for the challenges of teaching Geometry.

Keywords: quadrilaterals; visualization; geometric thinking; geometry teaching; teacher training.

INTRODUÇÃO

A Geometria é uma área da Matemática estudada em diferentes níveis e modalidades de ensino e segue regulamentações e orientações nacionais, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Entretanto, professores enfrentam dificuldades ao trabalhar esse conteúdo, seja pela falta de preparação adequada ou pela grande quantidade de assuntos a serem ensinados.

Santos e Nacarato (2014) destacam que diversos fatores contribuem para o ensino insatisfatório da Geometria, o que frequentemente leva ao abandono da disciplina em muitas escolas. Um desses fatores está relacionado ao momento em que a Geometria é abordada ao longo do ano letivo, uma vez que, com frequência, esse conteúdo é desenvolvido ao final do

calendário escolar, o que compromete o tempo e a qualidade de seu desenvolvimento, limitando o estímulo ao pensamento geométrico nos estudantes.

Além disso, a formação dos professores também desempenha um papel de destaque nesse cenário. Santos e Nacarato (2014) apontam que os docentes que atuaram nas décadas de 1970 e 1980 tiveram uma formação fortemente centrada na linguagem, o que trouxe desafios ao ensino da Geometria. Durante esse período, os livros didáticos apresentavam os conteúdos geométricos apenas nos capítulos finais, contribuindo para um ensino inadequado e, em muitos casos, para o abandono desse conteúdo.

Diante das dificuldades históricas relacionadas ao ensino de Geometria, torna-se necessário olhar para constructos teóricos e experiências práticas que ampliem a compreensão e a valorização desse campo do conhecimento. Afinal, ao expandirem o repertório pedagógico com novas ideias e propostas, os futuros professores poderão desenvolver suas próprias competências geométricas e vivenciar metodologias que podem ser reproduzidas em suas atuações profissionais.

Diversos estudos já exploram essa perspectiva. Maioli (2002), por exemplo, propõe oficinas voltadas ao ensino de quadriláteros na formação de professores. Sousa (2019), por sua vez, investiga o ensino de Geometrias não Euclidianas nesse mesmo contexto. Já Soares *et al.* (2021) relatam a experiência do jogo “Geometria em Ação” como ferramenta pedagógica em um evento voltado a professores.

Indo ao encontro do descrito antes, este estudo busca relatar uma experiência de ensino desenvolvida com acadêmicos do segundo semestre do curso de licenciatura em Matemática, que teve por objetivo desenvolver o pensamento geométrico, a criatividade e a visualização a partir de uma investigação envolvendo quadriláteros.

Com base nessa abordagem, reflete-se sobre o potencial do estudo para a formação inicial de professores de Matemática. O desenvolvimento do trabalho segue com a apresentação do referencial teórico, com foco na visualização, na criatividade e no pensamento geométrico, seguida pela descrição dos aspectos metodológicos que orientaram a aplicação da atividade. Em seguida, são apresentadas a análise e a discussão dos resultados, culminando nas considerações finais.

PENSAMENTO GEOMÉTRICO, VISUALIZAÇÃO E CRIATIVIDADE NO ENSINO

A integração de habilidades visuais no ensino da Geometria pode enriquecer o aprendizado e promover uma compreensão de conceitos geométricos. Essas habilidades podem ser desenvolvidas de diversas maneiras, como destacado por Arcavi (2003, p. 217, tradução nossa):

Visualização é a habilidade, o processo e o produto de criação, interpretação, uso e comentário sobre figuras, imagens, diagramas, em nossas mentes, em papel ou com ferramentas tecnológicas, com a finalidade de desenhar e comunicar informações, pensar sobre e desenvolver ideias não conhecidas e avançar na compreensão.

Para minimizar os impactos da formação inadequada de professores no ensino da Geometria, acreditamos ser necessário o desenvolvimento de habilidades visuais desde o ensino fundamental, garantindo assim uma continuidade no aprendizado até o ensino médio e o superior. Nesse sentido, Pires, Cury e Campos (2000) destacam a importância da Geometria no desenvolvimento de um pensamento especializado, que permita aos estudantes compreender, descrever e representar o mundo de forma estruturada.

A visualização, portanto, não deve ser vista apenas como uma representação estática, mas como um processo dinâmico que pode auxiliar no percurso de ensino-aprendizagem. Leivas (2009, p. 111) reforça essa visão ao definir a “[...] visualização não como uma forma de representação em termos de uma figura ou representação de um objeto e sim como um processo capaz de auxiliar na construção do fazer matemático [...]”. Esse entendimento ressalta a importância da visualização como uma ferramenta que vai além da mera ilustração, sendo necessária para o fazer matemático.

Nessa perspectiva, Flores (2007, p. 34) afirma que “a visualização não é como um fim em si mesma, mas um meio para o entendimento de conceitos matemáticos”. Isso sugere que a visualização deve ser vista não apenas como uma ferramenta estática, mas também como um processo dinâmico e interativo, que desempenha um papel essencial na construção e compreensão de conceitos matemáticos.

Nacarato e Passos (2003, p. 78) complementam essas perspectivas ao definir visualização como “a habilidade de pensar, em termos de imagens mentais, naquilo que não está ante os olhos, no momento da ação do sujeito sobre o objeto”. Essa definição destaca a capacidade do indivíduo de gerar e manipular imagens mentais na ausência de estímulos visuais diretos, destacando a visualização como uma habilidade cognitiva fundamental e indispensável para o aprendizado matemático.

Presmeg (1986, p. 3, tradução nossa) expande essa ideia ao sugerir que: “A visualização é levada a incluir processos de construção e transformação de imagens mentais visuais e todas as inscrições de natureza espacial que possam estar envolvidas na matemática”. Essa perspectiva enfatiza que a visualização é um processo mental, em que a formação e a manipulação de imagens mentais são essenciais para a resolução de problemas numéricos.

A importância da Geometria vai além do ensino para as crianças, sendo igualmente relevante para adolescentes, jovens e adultos. Entendemos ser necessário fornecer condições

adequadas para o desenvolvimento do pensamento geométrico entre os estudantes da Educação Básica, incentivando-os a se tornarem agentes ativos em seus processos de aprendizagem. Para isso, é fundamental que o professor adote uma postura mediadora, instigando a curiosidade dos estudantes por meio de questionamentos e propondo atividades que incentivem o aprendizado. Por esse viés, Santos e Nacarato (2014, p. 17) destacam que

[...] uma instrução adequada, pautada na problematização/indagação, mediada pedagogicamente, com o uso apropriado da linguagem e de materiais didáticos, possibilitará que a aprendizagem promova o desenvolvimento tal como postulado da teoria vigotskiana. Nessa abordagem teórica a aprendizagem antecede o desenvolvimento. Isso nos mostra a importância de práticas pedagógicas que possibilitem aprendizagens dos alunos.

Nessa abordagem, o estudante é o protagonista do aprendizado, enquanto o professor assume o papel de mediador e organizador do processo educativo. Para que isso ocorra, ele precisa conhecer profundamente as condições, perspectivas e habilidades de seus discentes, e selecionar atividades que lhes permitam alcançar os objetivos pedagógicos definidos.

Quando o pensamento geométrico é adequadamente desenvolvido, segundo Santos e Nacarato (2014), há uma interligação entre objetos, conceitos, desenhos e imagens mentais. Para que isso aconteça de forma eficaz, é necessário proporcionar ao estudante a oportunidade de manipular objetos concretos, o que facilita a construção de conceitos geométricos por meio da observação e reflexão sobre as características das formas.

Nesse sentido, os estudos desenvolvidos pelo casal holandês Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele Geoldof, a partir de 1959, constituem um marco fundamental para a compreensão do pensamento geométrico. Suas pesquisas partiram da observação de dificuldades enfrentadas pelos alunos na aprendizagem da Geometria e identificaram que muitas vezes o currículo era apresentado em um nível acima da capacidade de compreensão dos estudantes, o que gerava falhas no processo de ensino-aprendizagem (Villiers, 2010).

As teses de Pierre e Dina se complementam, sendo a primeira de caráter explicativo e descritivo, ao passo que a segunda assume um viés prescritivo, voltado à organização dos conteúdos e atividades (Villiers, 2010). O modelo elaborado por ambos propõe que a aprendizagem da Geometria ocorra de forma gradual, global e construtiva, em que a linguagem, o raciocínio e a intuição sejam adquiridos progressivamente, as propriedades e figuras se inter-relacionam, e os alunos construam os próprios conceitos (Hamazaki, 2004).

Definir o conceito de pensamento geométrico não é uma tarefa simples, dado o vasto leque de abordagens teóricas. Para este estudo, nos baseamos nas contribuições de Fischbein (1993), Duval (1995) e Leivas (2009).

Fischbein (1993) define o pensamento geométrico como a habilidade de um indivíduo em compreender a Geometria, composta por entidades mentais que possuem tanto características conceituais quanto figurativas. Essa capacidade permite a percepção de figuras geométricas como imagens visuais por meio de uma representação mental.

Duval (1995), por sua vez, descreve o pensamento geométrico como a habilidade mental de produzir conhecimentos por meio de diferentes apreensões geométricas. Isso ocorre quando o indivíduo reconhece um objeto geométrico em um plano ou no espaço, ou elabora figuras geométricas, e, a partir dessas construções, descreve, analisa e manipula as figuras com base em suas propriedades, incluindo a operação, a decomposição e outras formas de apreensão.

Por fim, Leivas (2009) entende o pensamento geométrico como uma ação humana manifestada por meio da investigação de atividades que despertam a curiosidade dos estudantes. Essas atividades incentivam a formulação de conjecturas, que podem ser validadas ou refutadas por meio de contraexemplos baseados em recursos apropriados, justificativas e argumentações.

De forma geral, estes três educadores matemáticos convergem para a ideia de que o pensamento geométrico envolve a capacidade de compreender e manipular mentalmente figuras e conceitos geométricos.

No cenário educacional brasileiro, a BNCC (Brasil, 2018) destaca a relevância da visualização, particularmente no ensino da Geometria, ao enfatizar a formação do pensamento geométrico. Essa diretriz posiciona a visualização como um recurso necessário para o desenvolvimento do raciocínio e para a compreensão dos conceitos da área.

E, nesse processo de compreensão e manipulação mental, surge outro elemento fundamental: a criatividade em Matemática. Além de favorecer a visualização, ela permite novas formas de abordagem e resolução de problemas. Tall (1991, p. 13, tradução nossa) nos diz que:

[...] criatividade está preocupada com a forma como as ideias sutis de investigação são construídas na mente humana e uma prova disso é a forma como essas ideias são ordenadas em um desenvolvimento lógico tanto para verificar sua natureza quanto para apresentá-las à aprovação da comunidade matemática.

Dessa forma, esta habilidade impacta diretamente em aspectos como a visualização e o pensamento geométrico, tendo em vista que, por muitas vezes, faz-se necessário olhar para além do usual, de maneiras diversas.

Mas, para o pensamento criativo em Matemática, algumas condições são necessárias: “o conhecimento, as habilidades intelectuais, a motivação, o ambiente e o domínio de ideias

específicas de uma dada área” (Amaral; Carreira, 2017, p. 883). Esses autores ainda trazem que “a flexibilidade, a fluência e a originalidade têm vindo a ser adotadas em diversos estudos que envolvem a construção de ferramentas para avaliar o desempenho e potencial criativo dos alunos” (Amaral; Carreira, 2017, p. 883).

Logo, é importante que propostas que visem desenvolver a criatividade levem em consideração tais fatores, tanto no seu planejamento quanto em sua avaliação, buscando possibilitar que os estudantes, de fato, possam construir experiências válidas e efetivamente contribuidoras na sua formação.

Esse fator também é destacado em diretrizes educacionais, como a BNCC, que ressalta a importância dele como uma das competências essenciais a serem desenvolvidas ao longo da educação básica, contribuindo para a formação integral dos estudantes.

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas (Brasil, 2018, p. 9).

Isso exige, de certa forma, que os docentes estejam preparados e tenham consciência dessa necessidade de propiciar momentos em que sejam desenvolvidas as ideias expostas pelo documento. Gontijo e Fonseca (2020, p. 745) reiteram tal ideia, apontando que

A fim de serem capazes de estimular a criatividade matemática de seus alunos, os professores devem adquirir conhecimentos pedagógicos adequados durante a formação inicial e estes devem ser aprimorados ao longo da carreira por meio de programas de formação continuada. No que diz respeito ao pensamento crítico e criativo, muitos professores admitem a falta de experiência anterior ou preparação adequada estimular esse tipo de pensamento em seus alunos. Os programas de formação precisam explorar explicitamente o que significa pensar de forma crítica e criativa para que os professores se sintam, primeiramente, criativos, para poderem se sentir capazes de estimular o pensamento crítico e criativo em seus alunos.

Logo, acreditamos que propostas que se coloquem a desenvolver tais habilidades podem apresentar um potencial pedagógico bastante significativo, especialmente na formação de professores, uma vez que se deve pensar também na atuação futura desses profissionais.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Este estudo adota uma abordagem qualitativa, conforme definido por Bogdan e Biklen (1994), que descrevem cinco características fundamentais desta metodologia. Primeiramente, a coleta de dados ocorre diretamente no ambiente natural, e a compreensão dos dados pelo pesquisador é necessária para a análise. Em segundo lugar, a pesquisa qualitativa é

essencialmente descritiva e valoriza todos os aspectos da realidade analisada. A terceira característica enfatiza o foco do pesquisador no processo, mais do que nos resultados. A quarta característica sugere que a análise dos dados é conduzida de forma indutiva, sem a intenção de confirmar hipóteses preestabelecidas; as conclusões emergem gradualmente, à medida que os dados são organizados e interpretados. Por fim, se ressalta que os pesquisadores qualitativos consideram as perspectivas dos participantes como parte integral da análise.

Ao analisar as características da pesquisa qualitativa descritas por Bogdan e Biklen (1994), percebemos que elas se alinham com os objetivos deste estudo. A pesquisa foi conduzida por meio da coleta de dados utilizando três questionamentos aplicados aos participantes, cujas respostas foram obtidas por escrito. Os dados são de natureza descritiva e não foram formuladas hipóteses prévias, uma vez que o propósito não era comprovar algo já estabelecido, mas sim considerar o contexto dos participantes para a construção, o desenvolvimento e a análise das questões.

O tema abordado foi o estudo dos quadriláteros, com o objetivo de desenvolver o pensamento geométrico, a criatividade e a visualização em Geometria a partir de uma investigação envolvendo tais polígonos. Para a realização deste estudo, foram organizadas três questões, nas quais os estudantes deveriam construir quadriláteros distintos a partir de malhas pontilhadas 3x3, 3x4 e 4x4.

As atividades foram conduzidas pelo professor responsável pela disciplina (quarto autor deste artigo), durante uma aula da disciplina Fundamentos da Geometria, com carga horária total de 4 horas/aula. Participaram do estudo cinco estudantes do primeiro semestre do curso de licenciatura em Matemática de uma instituição pública da região Sul do Brasil. Eles foram convidados a participar da pesquisa e assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE). As atividades desenvolvidas integram os estudos do Grupo de Estudos e Pesquisa em Geometria (GEPGEO). Para facilitar a organização da análise dos dados, os estudantes serão identificados como E1, E2, E3, E4 e E5.

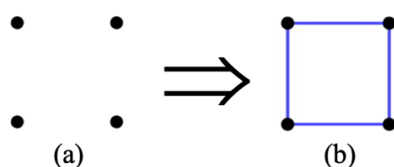
É importante destacar que esses participantes ainda não haviam cursado a disciplina de Geometria Plana, prevista para o terceiro semestre do curso. Portanto, seus conhecimentos prévios sobre o assunto são oriundos do ensino fundamental e médio.

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Iniciamos a proposta com os estudantes, convidando-os a explorar a criatividade e a imaginação para resolver três questões que envolvem visualização e pensamento geométrico. Para facilitar a compreensão das atividades propostas, foram apresentados dois exemplos de construção de quadriláteros ligando pontos em malhas pontilhadas 2x2 e 3x3.

No caso de uma malha pontilhada 2x2, como ilustrado na Figura 1(a), é possível obter apenas um quadrilátero, um quadrado, mostrado na Figura 1(b).

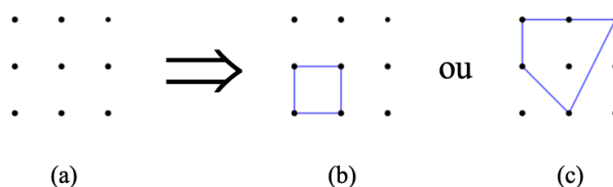
Figura 1 – Malha pontilhada 2x2



Fonte: elaborada pelos autores, 2024.

Para uma malha pontilhada 3x3, Figura 2(a), existem outras possibilidades de construção de quadriláteros, como mostrado nas Figuras 2(b) e 2(c).

Figura 2 – Malha pontilhada 3x3



Fonte: elaborada pelos autores, 2024.

A partir dessa introdução, os estudantes foram desafiados a identificar o maior número possível de quadriláteros diferentes em uma malha 3x3, justificando por que suas construções seriam distintas entre si. Como condição, os quadriláteros não poderiam ser equivalentes, ou seja, não poderiam ter a mesma forma de um anterior nem serem obtidos por transformações geométricas (rotação, translação e reflexão). Conforme Leivas (2009), o pensamento geométrico se manifesta quando atividades investigativas estimulam a curiosidade dos estudantes, o que parece ter sido um elemento central nesse desafio.

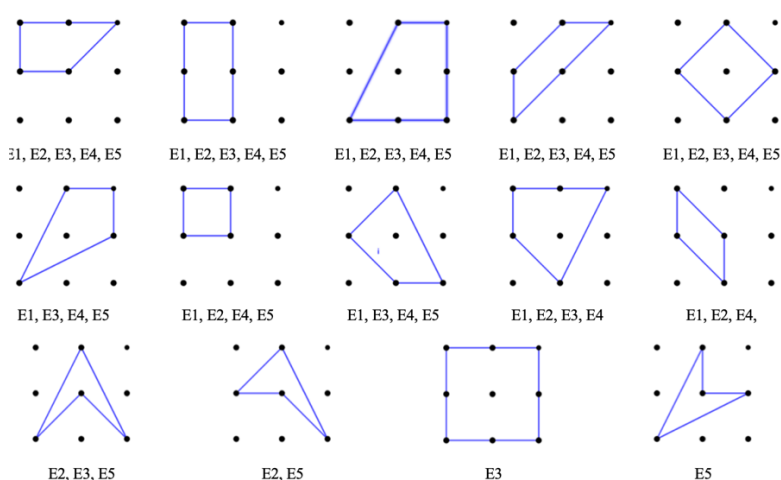
Apesar dessa restrição, três estudantes (E1, E2 e E3) aplicaram transformações geométricas em suas construções. Eles adotaram diferentes estratégias para construir quadriláteros na malha. A maioria (E1, E2, E3 e E4) relatou ter encontrado 10 soluções distintas, enquanto E5 identificou 11. Ao considerar todas as construções apresentadas, foram encontradas 14 soluções únicas no total. De acordo com Millington (2008), existem 16 soluções distintas.

Entretanto, é importante destacar que a identificação dessas 16 soluções não precisa estar restrita a um processo de tentativas aleatórias. Estratégias mais estruturadas podem ser mobilizadas pelos estudantes, como o uso da análise combinatória para organizar as possíveis escolhas de vértices e verificar sistematicamente quais combinações resultam em quadriláteros distintos. Além disso, critérios geométricos, como a distinção entre quadriláteros convexos e não convexos, bem como o reconhecimento de transformações

geométricas (rotação, translação e reflexão), podem auxiliar na classificação e evitar repetições indevidas. A utilização dessas estratégias, articuladas ao pensamento geométrico, favorece a construção de justificativas e valoriza a dimensão investigativa da atividade, ampliando sua relevância pedagógica.

A Figura 3 ilustra as respostas obtidas pelos estudantes, evidenciando as abordagens empregadas. Nesse contexto, Arcavi (1994) destaca que a visualização exerce um papel necessário na compreensão e análise de figuras geométricas, o que contribui para entender como os estudantes organizaram as construções na malha.

Figura 3 – Respostas apresentadas para a malha pontilhada 3x3



Fonte: respostas transcritas dos estudantes apresentadas no GeoGebra pelos autores, 2024.

Ainda havia dois quadriláteros que poderiam ser encontrados, conforme ilustrado na Figura 4.

Figura 4 – Duas representações que não foram encontradas



Fonte: adaptado de Millington (2008, p. 16).

Alguns estudantes (E1 e E3) justificaram suas construções com base em aspectos como tamanho, direção e forma das figuras, indicando uma tentativa de explorar diferentes possibilidades geométricas. No entanto, E1 cometeu um equívoco ao afirmar que alguns quadriláteros utilizavam mais pontos que outros, o que não é possível, pois todo quadrilátero é formado exatamente por quatro vértices.

E4 justificou a distinção entre os quadriláteros com base na localização dos vértices na malha, sem considerar que figuras rotacionadas ou refletidas são equivalentes. Esse entendimento

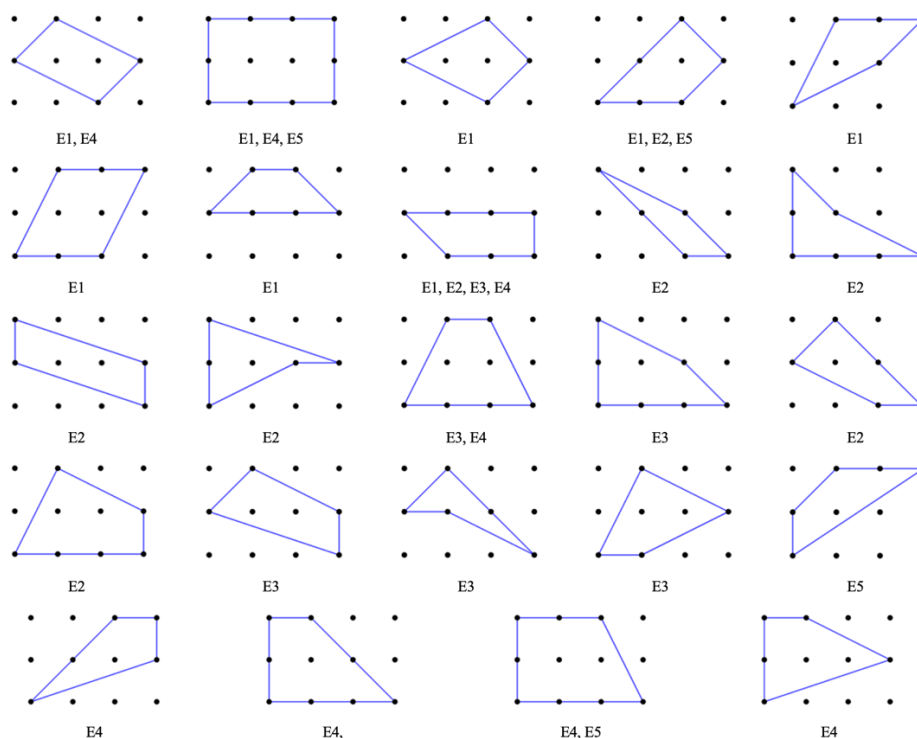
limitado compromete a análise da diversidade de construções. Já E5 destacou a formação de figuras irregulares (não convexas), demonstrando maior grau de exploração e observação das possibilidades. Nacarato e Passos (2003) destacam que a visualização envolve pensar em imagens mentais que não estão diretamente presentes, o que parece ter sido um desafio para E4, ao não considerar transformações como equivalentes.

A discrepância nos números apresentados (10 e 11 quadriláteros) sugere que alguns estudantes não conseguiram identificar todas as possibilidades ou consideraram figuras equivalentes como distintas. Isso aponta para uma necessidade de maior clareza na definição do que caracteriza um quadrilátero "diferente" e no uso de transformações geométricas como critérios de equivalência.

Na etapa seguinte, os estudantes repetiram o processo em uma malha 3x4, justificando novamente por que os quadriláteros encontrados eram distintos. Eles não perceberam que poderiam reproduzir todas as construções da malha 3x3 e criar outros quadriláteros diferentes. Os estudantes E1, E2 e E3 replicaram dois quadriláteros da malha 3x3, enquanto E4 e E5 replicaram cinco. As justificativas seguiram a mesma linha da etapa anterior.

A Figura 5 apresenta as construções realizadas, evidenciando as estratégias adotadas pelos estudantes. Por esse viés, Presmeg (1986) destaca que o processo de visualização, ao englobar tanto a construção quanto a transformação de imagens mentais, poderia ter ampliado a exploração das possibilidades geométricas oferecidas pela malha, incentivando abordagens mais criativas e abrangentes.

Figura 5 – Respostas apresentadas para a malha pontilhada 3x4



Fonte: respostas transcritas dos estudantes apresentadas no GeoGebra pelos autores, 2024.

Nesta questão, os estudantes voltaram a apresentar números variados de soluções, com E4 encontrando o maior número (13) e E3 o menor (8), totalizando 24 soluções diferentes.

Em comparação com a Questão 1, percebemos uma maior divergência nos números apresentados, o que pode ser reflexo de uma maior dificuldade em identificar todas as possibilidades.

As explicações apresentadas ainda revelam compreensões imprecisas. Por exemplo, E4 novamente destacou os “*vértices em pontos diferentes*”, o que pode incluir figuras equivalentes. Por outro lado, E3 demonstrou criatividade ao variar o tamanho das linhas e os pontos usados, embora tenha encontrado menos soluções. Já E2 e E5 destacaram a diferenciação por “*pontos distintos*”, mas não exploraram o potencial completo da malha, como evidenciado pelo número de soluções inferiores ao de E4.

Santos e Nacarato (2014) ressaltam a relevância de práticas pedagógicas que incentivem a aprendizagem por meio de problematizações e mediações adequadas. Essas abordagens poderiam contribuir para superar as limitações observadas nas justificativas dos estudantes, promovendo uma compreensão mais complexa e fundamentada.

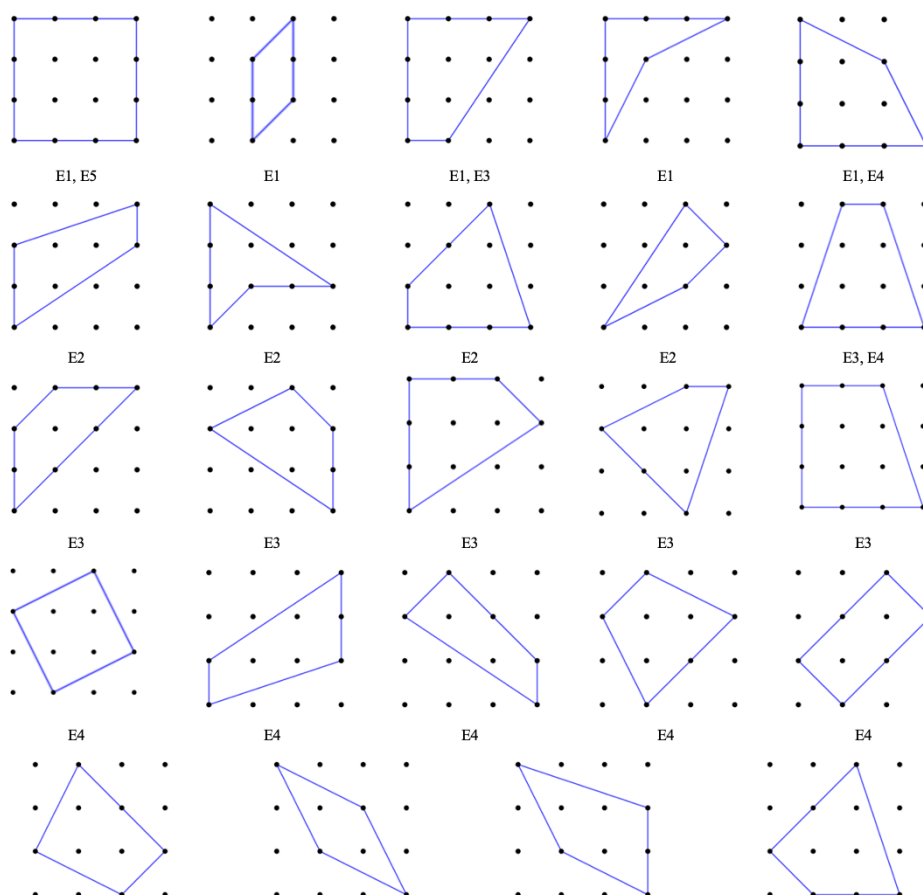
Os resultados sugerem que o uso da malha foi mais explorado por alguns estudantes do que por outros, refletindo diferentes níveis de percepção e criatividade. A falta de uniformidade

nas justificativas aponta para uma necessidade de reforço conceitual sobre transformações geométricas e critérios de distinção entre figuras.

Na última etapa, os estudantes repetiram o processo em uma malha 4x4, justificando novamente as diferenças entre os quadriláteros. Mais uma vez, não perceberam que poderiam incluir as figuras das malhas 3x3 e 3x4.

A Figura 6 apresenta as soluções compiladas, evidenciando os resultados obtidos pelos estudantes. Para Flores (2007) a visualização não deve ser encarada como um objetivo final, mas como um recurso fundamental para a compreensão de conceitos matemáticos. Essa abordagem destaca a relevância da visualização em atividades como esta, ao incentivar uma exploração mais abrangente e aprofundada das possibilidades geométricas.

Figura 6 – Respostas apresentadas para a malha pontilhada 4x4



Fonte: respostas transcritas dos estudantes apresentadas no GeoGebra pelos autores, 2024.

Os estudantes apresentaram números variados de soluções, reproduzindo quadriláteros das malhas anteriores. Os resultados das construções apresentaram algumas variações: E1 obteve 10 quadriláteros, com 5 repetidos; E2 encontrou 9 soluções, sendo 5 repetidos; E3 construiu 10 quadriláteros, com 3 repetidos; E4 encontrou 11 soluções, com 4 repetidas; e E5 obteve 9

quadriláteros, com 4 repetidos. As justificativas para as distinções seguiram a mesma lógica das etapas anteriores, refletindo padrões semelhantes nas explicações dos estudantes.

E1 e E5 se destacaram pela criação de quadriláteros convexos e não convexos, o que evidenciou uma evolução na percepção das possibilidades geométricas e, de certa forma, indica um fator de originalidade, percebido enquanto tratamos de criatividade. A distinção entre essas duas categorias foi importante, embora ainda não tenha sido suficiente para explorar o potencial total da malha.

Por outro lado, E4 manteve uma justificativa repetitiva, baseada nos *“vértices em pontos diferentes”*, sem levar em consideração critérios de equivalência geométrica, o que limita o desenvolvimento de uma compreensão mais precisa.

A persistência de justificativas equivocadas, mesmo após a repetição de atividades, aponta para a necessidade de intervenções pedagógicas mais focadas. Pais (1996) observa que a imagem mental é um elemento essencial para o desenvolvimento do pensamento geométrico, sendo capaz de ampliar as capacidades descritivas e analíticas dos estudantes.

Alguns graduandos não perceberam que poderiam reproduzir figuras já criadas em malhas menores, o que poderia ter ampliado seus repertórios geométricos. Ademais, isso nos dá indícios que a fluência, que pode ser percebida em tarefas que tenham este cunho criativo, ainda não foi desenvolvida por todos, especialmente por não perceberem tal fator.

Isso sugere que, apesar das várias tentativas, conceitos geométricos fundamentais ainda não foram completamente consolidados, sendo necessário um acompanhamento mais direcionado para superar essas limitações.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As atividades propostas revelaram diferentes níveis de entendimento e de exploração geométrica por parte dos estudantes. Embora tenha havido alguns avanços, como a percepção das diferenças entre figuras convexas e não convexas, ainda persistem desafios. As justificativas imprecisas e as dificuldades em identificar todas as possibilidades geométricas indicam que há áreas que precisam ser aprimoradas no processo de aprendizagem.

Conforme observado na análise, alguns estudantes apresentaram dificuldades em distinguir figuras equivalentes, frequentemente justificando suas construções com base em critérios inadequados, como a simples localização dos vértices ou *“tamanho”* das figuras (E1 e E4). Além disso, a maioria não percebeu que as soluções de malhas menores poderiam ser replicadas e ampliadas em malhas maiores, o que reduziu o repertório exploratório apresentado.

Acreditamos ser necessário refinar o entendimento conceitual dos estudantes, reforçando os critérios de equivalência geométrica, como rotação, translação e reflexão, além de aprofundar o conceito de quadrilátero. Esse ponto é reforçado pelos resultados obtidos nas atividades, em que se observou uma discrepância significativa entre o número de soluções encontradas e as soluções possíveis, conforme descrito por Millington (2008). As justificativas apresentadas evidenciam a necessidade de uma abordagem pedagógica que enfatize o papel das transformações geométricas como elementos centrais no estudo de figuras planas.

Para isso, será fundamental desenvolver atividades que proporcionem uma compreensão mais precisa desses elementos. Além disso, é importante ampliar o repertório exploratório, incentivando os estudantes a revisar e reproduzir figuras de malhas menores em malhas maiores. Esse tipo de atividade lhes permitirá a expansão de uma capacidade de exploração e manipulação geométrica, enriquecendo o aprendizado. Por exemplo, a proposta de utilizar malhas 4x4 mostrou-se uma oportunidade não totalmente aproveitada, já que muitos estudantes não perceberam a possibilidade de incorporar construções de malhas anteriores. Essa limitação reflete a importância de integrar abordagens progressivas, como destacado por Santos e Nacarato (2014), para incentivar uma aprendizagem mais investigativa e reflexiva.

É necessário que as atividades enfatizem o desenvolvimento de justificativas consistentes. O fortalecimento da argumentação geométrica permitirá que os estudantes formulem explicações mais coerentes e bem fundamentadas, aprimorando suas competências em argumentação lógica.

Por fim, destacamos que a repetição de justificativas baseadas em critérios superficiais, como a diferenciação por “*pontos distintos*” sem considerar equivalências geométricas, evidencia a necessidade de intervenções pedagógicas direcionadas. Conforme observado por Presmeg (1986) e Flores (2007), a visualização desempenha um papel importante no desenvolvimento do pensamento geométrico, funcionando como um recurso necessário para a construção e a análise de figuras geométricas.

REFERÊNCIAS

AMARAL, Nuno; CARREIRA, Susana. A criatividade matemática nas respostas de alunos participantes de uma competição de resolução de problemas. *Bolema*, Rio Claro, v. 31, n. 59, p. 880-906, dez. 2017. DOI: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n59a02>. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/Y7rPTt3Z8y3tRhWsTw5SP3J/abstract/?lang=pt>. Acesso em: 11 nov. 2025.

ARCAVI, Abraham. Symbol sense: informal sense-making in formal mathematics. *For the learning of mathematics*, Vancouver, v. 14, n. 3, p. 24-35, nov. 1994. Disponível em: <https://flm-journal.org/Articles/BFBFB3A8A2A03CF606513A05A22B.pdf>. Acesso em: 11 nov. 2025.

ARCAVI, Abraham. The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, Netherlands, v. 52, n. 3, p. 215-241, nov. 2003. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1024312321077>. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1023/A:1024312321077>. Acesso em: 11 nov. 2025.

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari Knopp. *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. *Base nacional comum curricular*. Brasília: Ministério da Educação, 2018.

DUVAL, Raymond. *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang, 1995.

FISCHBEIN, Efraim. The theory of figural concepts. *Educational studies in mathematics*, Dordrecht, v. 24, n. 2, p. 139-162, fev. 1993. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/3482943?origin=JSTOR-pdf>. Acesso em: 1 nov. 2025.

FLORES, Cláudia. *Olhar, saber, representar: sobre a representação em perspectiva*. São Paulo: Musa Editora, 2007.

GONTIJO, Cleyton Hércules; FONSECA, Mateus Gianni. O lugar do pensamento crítico e criativo na formação de professores que ensinam matemática. *Revista brasileira de ensino de ciências e matemática*, Passo Fundo, v. 3, n. 3, p. 732-747, nov. 2020. DOI: <https://doi.org/10.5335/rbecm.v3i3.11834>. Disponível em: <http://repositorio.unb.br/handle/10482/48125>. Acesso em: 11 nov. 2025.

HAMAZAKI, Adriana Clara. O ensino da Geometria sob a ótica dos Van Hiele. In: *ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 8. , 2004. Recife. *Anais [...]* Recife: SBEM, 2004, p. 1-9. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/07/2PO13912905851.pdf>. Acesso em: 11 nov. 2025.

LEIVAS, João Carlos Pinto. *Imaginação, intuição e visualização: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura de matemática*. 2009. 294 f. Tese (Doutorado em Educação) – Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

MAIOLI, Marcia. *Uma oficina para formação de professores com enfoque em quadriláteros*. 2002. 164f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002.

MILLINGTON, Jon. *Petiscos matemáticos – ideias interessantes para ocupar os momentos de lazer*. Lisboa: Editora Replicação, 2008.

NACARATO, Adair Mendes; PASSOS, Carmem Lúcia Branca. *A geometria nas séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores*. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

PAIS, Luís Carlos. Intuição, experiência e teoria geométrica. *Zetetiké*, Campinas, v. 4, n. 2, p. 65-74, dez. 1996. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646739>. Acesso em: 11 nov. 2025.

PIRES, Célia Maria Carolino; CURY, Edda; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça. *Espaço e forma: a construção de noções geométricas*. São Paulo: PROEM, 2000.

PRESMEG, Norma C. Visualization in high school mathematics. *For the learning of mathematics*, Quebec, v. 6, n. 3, p. 42-46, nov. 1986. Disponível em: <https://flm-journal.org/Articles/1917B083BE4534511A32616EED75A8.pdf>. Acesso em: 11 nov. 2025.

SANTOS, Cleane Aparecida dos; NACARATO, Adair Mendes. *Aprendizagem em geometria na educação básica: a fotografia e a escrita na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

SOARES, Gabriel de Oliveira; CASTRO, Laura Tiemme de; STEFANELLO, Ana Paula; LEIVAS, José Carlos Pinto. O jogo “geometria em ação” na licenciatura em matemática: (re)visitando conceitos geométricos através de gestos. *REVASF*, Petrolina, v. 11, n. 24, p. 248-275, abr. 2021. Disponível em: <https://www.periodicos.univasf.edu.br/index.php/revasf/article/view/1407>. Acesso em: 11 nov. 2025.

SOUSA, Alexandre Pereira. *A geometria não euclidiana e formação do professor de matemática*. 2019. 253f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Instituto de Educação, Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá, 2019.

TALL, David. *Advanced mathematical thinking*. Dordrecht: Kluwer, 1991.

VILLIERS, Michael de. Algumas reflexões sobre a teoria de Van Hiele. *Educação matemática pesquisa*, São Paulo, v. 12, n. 3, p. 400-431, fev. 2010. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/5167>. Acesso em: 11 nov. 2025.

Mauricio Ramos Lutz

Professor do Programa de Pós-Graduação em Educação Profissional e Tecnológica do Instituto Federal Farroupilha (ProfEPT/IFFar). Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Franciscana (UFN), mestre em Ensino de Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Professor titular do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico no IFFar.

mauricio.lutz@iffarroupilha.edu.br

Gabriel de Oliveira Soares

Professor do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico no Instituto Federal Farroupilha (IFFar). Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Franciscana (UFN). Atua no Ensino de Matemática, com pesquisas sobre formação de professores, conhecimento matemático para o ensino, grupos de estudos em Geometria e a teoria dos Três Mundos da Matemática.

gabriel.soares@iffarroupilha.edu.br

José Carlos Pinto Leivas

Professor e pesquisador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Franciscana (UFN). Doutor em Educação (Matemática) pela Universidade Federal do Paraná (UFPR), mestre em Matemática Pura e Aplicada pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Professor no doutorado e mestrado em Ensino de Ciências e Matemática da UFN.

leivasjc@gmail.com

Ari Blaz Falcão Ardaís

Professor da Especialização em Gestão Escolar do Instituto Federal Farroupilha (IFFar). Mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal de Pelotas (UFPEL). Professor do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico no IFFar.

ari.ardais@iffarroupilha.edu.br

Como citar este documento – ABNT

LUTZ, Mauricio Ramos; SOARES, Gabriel de Oliveira; LEIVAS, José Carlos Pinto; ARDAIS, Ari Blaz Falcão. Explorando a visualização, o pensamento geométrico e a criatividade: uma experiência com licenciandos em Matemática. *Revista Docência do Ensino Superior*, Belo Horizonte, v. 15, e057403, p. 1-19, 2025. DOI: <https://doi.org/10.35699/2237-5864.2025.57403>.